ദിശ 2012

ഗണിതപഠനസഹായി

ജില്ലാ വിദ്യാഭ്യാസ പരിശീലനകേന്ദ്രം
തിരുവനന്തപുരം

ശിൽപശാലയിൽ പങ്കെടുത്തവർ

ചീഫ് എഡിറ്റർ
കെ. കേശവൻ പോറ്റി
പ്രിൻസിപ്പൽ, ഡയറ്റ് തിരുവനന്തപുരം

1. ഡോ. ഈ. കൃഷ്ണൻ	റിട്ട: പ്രൊഫസർ യൂണിവേഴ്സിറ്റി കോളേജ് തിരുവനന്തപുരം
2. ശ്രീ. സി. വേണുഗോപാൽ	അസിസ്റ്റന്റ് പ്രൊഫസർ ഗവ: കോളേജ് ഓഫ് ടീച്ചർ എഡ്യുകേഷൻ തിരുവനന്തപുരം
3. ശ്രീ. ടി. വിജയകുമാർ	ഗവ: ജി. എച്ച്. എസ്. മടത്തറകാണി
4. ശ്രീ. ടി. അനിൽ	ഗവ: എച്ച്. എസ്. എസ്.ഇളമ്പ
5. ശ്രീ. ജി. ജയകുമാർ	എം. വി. എച്ച്. എസ്. തുണ്ടത്തിൽ
6. ശ്രീ. പി. എസ്. കൃഷ്ണകുമാർ	ഗവ: എച്ച്. എസ്. ചെറുന്നിയൂർ
7. ശ്രീ. എസ്. ഷിഹായസ്	ഗവ: എച്ച്. എസ്. എസ്. പാളയംകുന്ന്
8. ശ്രീ. സി. ക്രിസ്തുദാസ്	ഗവ: ജി. എച്ച്. എസ്. എസ്. മണക്കാട്
9. ശ്രീ. ആർ. ജയരാജ്	ഗവ: എച്ച്. എസ്. എസ്. കുളത്തൂർ
10. ശ്രീ. ചന്ദ്രശേഖരപിള്ള	ഗവ: എച്ച്. എസ്. പാറോട്ടുകോണം
11. ശ്രീമതി. എം. എസ്. ലില്ലി	ഗവ: എച്ച്. എസ്. ശ്രീകാര്യം
12. ശ്രീമതി. എൻ. ആർ. പ്രീത	ഗവ: എച്ച്. എസ്. എസ്. അയിരൂപ്പാറ
13. ശ്രീ. ബി. സി. പ്രീത	ഗവ: എച്ച്. എസ്. എസ്. തോന്നയ്ക്കൽ
14. ശ്രീ. എസ്. എസ്. സുനിൽകുമാർ	ഡി. വി. എം. എൻ എൻ. എം, എച്ച്. എസ്. എസ് മാറനല്ലൂർ
15. ശ്രീ. ജി. രവീന്ദ്രൻ	ഗവ: മോഡൽ എച്ച്. എസ്. എസ് ഫോർ ബോയ്സ് തൈക്കാട്
16. ശ്രീമതി. ഗീതാനായർ	ലക്ചറർ, ഡയറ്റ്, തിരുവനന്ഥപുരം
17. ശ്രീമതി. വി. എസ്. അനിത	ലക്ചറർ, ഡയറ്റ്, തിരുവനന്ഥപുരം

Printed and published by Sri. K. Kesavan Potti, Principal
On behalf of DIET Thiruvananthapuram, Attingal

Typeset in LaTeX

മുഖമൊഴി

സംഖ്യകളുടെ രാജകുമാരനായ ശ്രീനിവാസരാമാനുജന്റെ 125-ാം ജന്മവാർഷികമായ 2012 ദേശീയഗണിതവർഷമായി ഭാരതത്തിൽ ആഘോഷിക്കുകയാണ്. ഈ വേളയിൽ തിരുവനന്തപുരം ജില്ലയിലെ പത്താംക്ലാസിലെ കൂട്ടുകാർക്ക് ഗണിതത്തിന്റെ മധുരം നുകരാനായി തിരുവനന്തപുരം ഡയറ്റ് തയ്യാറാക്കിയ പഠനസഹായിയാണ് **ദിശ 2012**

തിരുവനന്തപുരം ജില്ലയിലെ എസ്.എസ്.എൽ.സി. പരീക്ഷാഫലം വിശകലനം ചെയ്തതിന്റേയും, പരിശീലനവേളയിൽ അധ്യാപകർ ഉന്നയിച്ച ആവശ്യങ്ങളുടേയും അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് ഈ പഠനസഹായി തയ്യാറാക്കിയിരിക്കുന്നത്. കുട്ടികളുടെ യുക്തിചിന്തയെ പരിപോഷിപ്പികാനുതകുന്ന ലളിതവും രസകരവുമായ വർക്ക്ഷീറ്റുകളും ചോദ്യോത്തരങ്ങളുമാണ് ഇതിൽ ചേർത്തിരിക്കുന്നത്. കുട്ടീകൾക്ക് വിദ്യാഭ്യാസത്തിലെ പുത്തൻ പ്രവണതകളുമായി സമരസപ്പെട്ട് സ്വയം പഠനം നടത്തുന്നതിനും, അധ്യാപകർക്ക് ക്രിയാത്മകമായ പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ ചിട്ടപ്പെടുത്തുന്നതിനും ഇത് സഹായകമാകുമെന്നാണ് പ്രതീക്ഷ.

ഇത്തരം ഒരു സംരംഭത്തിന് ഞങ്ങൾക്ക് പ്രചോദനം നൽകിയ ബഹുമാനപ്പെട്ട ജില്ലാ പ്രസിഡൻറ്റ് ശ്രീമതി രമണി.പി.നായർ, വിദ്യാഭ്യാസ സ്റ്റാൻഡിംഗ് കമ്മിറ്റി ചെയർപെഴ്സൺ ശ്രീമതി അൻസജിത റസ്സൽ എന്നിവരെ ഇത്തരുണത്തിൽ നന്ദിപൂർവം സ്മരിക്കുന്നു. ഞങ്ങൾക്ക് മാർഗനിർദ്ദേശവും വിദഗ്ദ്ധോപദേശവും നൽകിയ ഗണിതശാസ്ത്രവിദഗ്ദ്ധനും അധ്യാപകശ്രേഷ്ഠനുമായ പ്രൊഫസർ കൃഷ്ണൻസാറിനും അകമഴിഞ്ഞ നന്ദി രേഖപ്പെടുത്തുന്നു.

ഗണിതം രസകരമായി പഠിച്ചു മുന്നേറാനും, എസ്.എസ്.എൽ.സി. പരീക്ഷയിൽ ഉയർന്ന ഗ്രേഡ് നേടാനും കൂട്ടുകാർക്ക് **ദിശ 2012** സഹായകമാകട്ടെ എന്നാശംസിക്കുന്നു.

കെ. കേശവൻ പോറ്റി
പ്രിൻസിപ്പൽ
ഡയറ്റ് തിരുവനന്തപുരം

ദിശയിലൂടെ

പത്താംതരത്തിലെ കൂട്ടുകാരുടെ ഗണിതപഠനം ലളിതവും രസകരവുമാക്കാൻ തിരുവനന്തപുരം ഡയറ്റ് തയ്യാറാക്കിയ പഠനസഹായിയാണ് **ദിശ 2012**. എസ്.എസ്.എൽ.സി. പരീക്ഷാഫലം വിശകലനം ചെയ്തും, പരിഷ്കരിച്ച പാഠ്യപദ്ധതിയുടെ ക്ലാസ്റൂം വിനിമയം നിരീക്ഷിച്ചും, അധ്യാപകരുടെ അഭിപ്രായങ്ങൾ പരിഗണിച്ചുമാണ് ഈ പഠനസഹായി തയ്യാറാക്കിയിട്ടുള്ളത്.

അഞ്ചു ഘട്ടങ്ങളിലായി നടന്ന ശിൽപശാലയിൽ പങ്കെടുത്തുകൊണ്ട്, ജില്ലയിലെ തിരഞ്ഞെടുത്ത ഗണിതാധ്യാപകർ നടത്തിയ ചർച്ചയും സംവാദവും ഈ പഠനസഹായി മെച്ചപ്പെടാൻ കാരണമായിട്ടുണ്ട്. അധ്യാപകസുഹൃത്തുകൾക്ക് ഗണിതത്തിലെ ആശയങ്ങൾ സൂക്ഷ്മതലത്തിൽ വിശകലനം ചെയ്തു പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ ചിട്ടപ്പെടുത്തുന്നതിനും, തനതു ബോധനരീതിയിലൂടെ ഈ ആശയങ്ങൾ കുട്ടികൾക്ക് പകർന്നു നൽകുന്നതിനും മാത്രമല്ല, കുട്ടികൾക്ക് സ്വയം പഠിക്കാനും ഇത് ഉപകരിക്കും

പാഠപുസ്തകത്തിലെ ഓരോ അധ്യായത്തിലും കുട്ടികൾ അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട ആശയങ്ങളും വസ്തുതകളും മനസിലാക്കി, യുക്തിപൂർവമായ നിഗമനത്തിലെത്താൻ സഹായിക്കുന്ന വർക്ക്ഷീറ്റുകൾ ഈ പഠനസഹായിയുടെ പ്രത്യേകതയാണ്. ആർജ്ജിക്കുന്ന അറിവുകൾ പുതിയ സന്ദർഭങ്ങളിൽ പ്രയോഗിക്കാനും, ഉയർന്ന ചിന്താപ്രക്രിയകളിലൂടെ പുതിയ കാഴ്ചപ്പാടുകൾ നേടാനും സഹായിക്കുന്ന ചോദ്യോത്തരങ്ങളാണ് മറ്റൊരു സവിശേഷത. കുട്ടികൾ എല്ലാ വർക്ക്ഷീറ്റുകളും ചോദ്യോത്തരങ്ങളും ചെയ്യുന്നു എന്ന് അധ്യാപകർ ഉറപ്പു വരുത്തണം.

ഈ സംരംഭത്തിന് പ്രചോദനമേകിയ ബഹുമാനപ്പെട്ട പഞ്ചായത്ത് പ്രസിഡൻറിനും, വിദ്യാഭ്യാസ സ്റ്റാൻഡിംഗ് കമ്മിറ്റി അധ്യക്ഷയ്ക്കും ഞങ്ങളുടെ കൃതജ്ഞത രേഖപ്പെടുത്തുന്നു. ഞങ്ങൾക്ക് വിലയേറിയ നിർദ്ദേശങ്ങളും അഭിപ്രായങ്ങളും നൽകി ഈ പഠനസഹായിയെ സമ്പന്നമാക്കിയ ആദരണീയനായ കൃഷ്ണൻമാഷിന് ഞങ്ങളുടെ ഹൃദയംഗമമായ നന്ദി രേഖപ്പെടുത്തുന്നു. ഇതിന്റെ രചനയിൽ സഹകരിച്ച എല്ലാ അധ്യാപകരേയും നന്ദിപൂർവം സ്മരിക്കുന്നു. ഈ പഠനസഹായി പൂർണതയിലെത്തിക്കാൻ എല്ലാവിധ പിന്തുണയും നൽകിയ ഡയറ്റ് പ്രിൻസിപ്പൽ ശ്രീ.കെ.കേശവൻ പോറ്റിയേയും, ഡയറ്റിലെ സഹപ്രവർത്തകരേയും ഞങ്ങളുടെ നന്ദി അറിയിക്കുന്നു.

നിങ്ങളുടെ വിലയേറിയ നിർദ്ദേശങ്ങളും അഭിപ്രായങ്ങളും പ്രതീക്ഷിച്ചുകൊണ്ട്,

സസ്നേഹം

ഗീതാനായർ
ലക്ചറർ
ഡയറ്റ് തിരുവനന്തപുരം

അനിത വി.എസ്.
ലക്ചറർ
ഡയറ്റ് തിരുവനന്തപുരം

A. SHAJAHAN IAS
DIRECTOR OF PUBLIC INSTRUCTION &
COMMISSIONER FOR GOVT. EXAMINATION

XXXV
NATIONAL GAMES
KERALA
"together in sport"

14.11.2012

ആശംസ

തിരുവനന്തപുരം ഡയറ്റും, ജില്ലാ പഞ്ചായത്തും സംയുക്തമായി പത്താം ക്ളാസ്സിലെ കുട്ടികൾക്കും അദ്ധ്യാപകർക്കും വേണ്ടി ഒരു ഗണിത പഠന സഹായി തയ്യാറാക്കിയിട്ടുണ്ട് എന്നറിഞ്ഞതിൽ വളരെ സന്തോഷം. ഈ സംരംഭത്തിന് എല്ലാ ഭാവുകങ്ങളും ആശംസിക്കുന്നു.

എ..ഷാജഹാൻ, ഐ.എ.എസ്

പ്രിൻസിപ്പാൾ,

ഡയറ്റ്,

തിരുവനന്തപുരം.

Phone-Office : 0471-2325106 , 0471-2324601 Extn. 522 Fax : 0471-2324605
E-mail : dpisecretsection@gmail.com
JAGATHY, THIRUVANANTHAPURAM, KERALA-695 014

രമണി. പി. നായർ
പ്രസിഡന്റ്
ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത്
&
ചെയർപേഴ്സൺ
ജില്ലാ ആസൂത്രണസമിതി

ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത്, തിരുവനന്തപുരം
വസതി : പ്രസര, വലിയകട്ടയ്ക്കാൽ
വെഞ്ഞാറമൂട്.പി.ഒ
0472- 2871895
മൊബൈൽ : 9496549550
ഓഫീസ് : 0471- 2440890
0471- 2449977
0471- 2550750
ഫാക്സ് : 0471- 2557653
ഇമെയിൽ : remanipnair@gmail.com
വെബ് : www.tvmjillapanchayath.in

സന്ദേശം

സ്കൂൾ വിദ്യാഭ്യാസത്തിനു സവിശേഷമായ പ്രാധാന്യം നൽകാൻ വേണ്ടി ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത് നൂതനങ്ങളായ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്തു നടപ്പിലാക്കി വരികയാണ്. സ്കൂൾ വിദ്യാഭ്യാസത്തിലെ നിർണായക ഘട്ടമായ പത്താം ക്ലാസിലെ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ പഠന നിലവാരം ഉറപ്പു വരുത്തുന്നതിനുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾക്ക് ഏറെ പ്രാധാന്യം നൽകുന്നുണ്ട്. ഗണിത പഠനത്തിൽ ജില്ല ഇനിയും ഏറെ മുന്നേറാനുണ്ട്.

ഈ സാഹചര്യത്തിൽ പത്താം ക്ലാസിലെ ഗണിത ക്ലാസുകൾ സജീവമാക്കുന്നതിനും അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥി കൂട്ടായ്മയിലൂടെ പഠന പ്രവർത്തനങ്ങൾ ചിട്ടപ്പെടുത്തുന്നതിനുമായി തിരുവനന്തപുരം ഡയറ്റ് തയ്യാറാക്കിയ പഠന സഹായിയാണ് **ദിശ 2012 – 13.** ഈ പഠന സഹായി വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് ഏറെ പ്രയോജനപ്പെടുമെന്നു വിശ്വസിക്കുന്നു. ഇതിലെ പഠന പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ കടന്നു പോയി ഉയർന്ന ഗ്രേഡ് വാങ്ങി വിജയിക്കുവാൻ എല്ലാ വിദ്യാർത്ഥികൾക്കും കഴിയട്ടെ എന്ന് ആശംസിക്കുന്നു.

വിജയാശംസകളോടെ

രമണി പി. നായർ

ആർ.കെ.അൻസജിതാ റസ്സൽ
ചെയർപേഴ്സൺ
ആരോഗ്യ-വിദ്യാഭ്യാസ സ്റ്റാന്റിംഗ് കമ്മിറ്റി

ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത്, തിരുവനന്തപുരം
ഓഫീസ് : 2550750,2440890
വസതി : സന്തോഷ്ഭവൻ,തെറ്റിയറ
മണ്ണാംകോണം.പി.ഒ.
പിൻ : 695125
ഫോൺ : 0471-2255363
മൊബൈൽ : 9447003579
ഫാക്സ് : 0471-2557653
ഇമെയിൽ : dptvpm@gmail.com
വെബ് : www.tvmjillapanchayath.

തീയതി : 14/11/2012

തിരുവനന്തപുരം ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത് സ്കൂളുകളുടെ ഭൗതികവും അക്കാദമികവുമായ നിലവാരം മെച്ചപ്പെടുത്തുന്നതിനായി വളരെയധികം പദ്ധതികൾ ആവിഷ്കരിച്ച് നടപ്പിലാക്കി വരുന്നുണ്ട്. മുൻ വർഷങ്ങളിലെ പത്താം ക്ലാസ്സിലെ പഠന നിലവാരം വിലയിരുത്തിയതിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഈ വർഷം ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന് പ്രത്യേക ഊന്നൽ നൽകണമെന്ന നിഗമനത്തിൽ എത്തിച്ചേരുകയും അതിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തിരുവനന്തപുരം ഡയറ്റിന്റെ നേതൃത്വത്തിൽ **ദിശ 2012-13 ന്** രൂപം നൽകുകയുണ്ടായി. ഗണിത ശാസ്ത്ര പഠനത്തിൽ വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് ഈ പുസ്തകം ഏറെ ഗുണപ്രദമാകുമെന്ന് വിശ്വസിക്കുന്നു.

എല്ലാവർക്കും വിജയാശംസകൾ.

വിശ്വാസപൂർവ്വം

RKSajitha

ആർ.കെ.അൻസജിതാ റസ്സൽ

ഉള്ളടക്കം

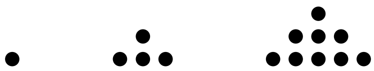
1 സമാന്തരശ്രേണികൾ

അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

- ഒന്നിനു ശേഷം മറ്റൊന്ന് എന്ന ക്രമത്തിൽ എഴുതുന്ന സംഖ്യകളെ സംഖ്യാശ്രേണി എന്നു പറയുന്നു
- ഒരു സംഖ്യയിൽനിന്നു തുടങ്ങി, ഒരേ സംഖ്യതന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടിക്കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയെ സമാന്തരശ്രേണി എന്നു പറയുന്നു
- സമാന്തരശ്രേണികളിൽ തുടർച്ചയായി കൂട്ടുന്ന സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കാൻ, അതിലെ ഏതു സംഖ്യയിൽനിന്നും തൊട്ടു പുറകിലുള്ള സംഖ്യ കുറച്ചാൽ മതി; അതിനാൽ, ഈ സംഖ്യയെ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്നു പറയുന്നു
- ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലും അടുത്തടുത്ത മൂന്നു സംഖ്യകളിൽ നടുവിലത്തെ സംഖ്യ, ആദ്യത്തേതിന്റേയും മൂന്നാമത്തേതിന്റേയും തുകയുടെ പകുതിയാണ്
- ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലും ഒരു നിശ്ചിതസ്ഥാനത്തെ പദത്തിൽനിന്ന് മറ്റൊരു നിശ്ചിതസ്ഥാനത്തെ പദം കിട്ടാൻ, സ്ഥാനവ്യത്യാസത്തെ പൊതുവ്യത്യാസംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കൂട്ടണം
- ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലും, പദവ്യത്യാസം, സ്ഥാനവ്യത്യാസത്തിന് ആനുപാതികമാണ്; ആനുപാതികസ്ഥിരം പൊതുവ്യത്യാസമാണ്
- ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയും, 1 മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ എണ്ണൽസംഖ്യകളെ ഒരു നിശ്ചിതസംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ച്, ഒരു നിശ്ചിതസംഖ്യ കൂട്ടിയതാണ്
- ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയേയും $x_n = an + b$ എന്ന ബീജഗണിതരൂപത്തിലെഴുതാം
- $x_n = an + b$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള ഏതു ശ്രേണിയും സമാന്തരശ്രേണിയാണ്
- 1 മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ കുറേ എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക, അവസാനത്തെ സംഖ്യയും അതിന്റെ തൊട്ടടുത്ത സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ്
- ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലേയും തുടർച്ചയായ കുറേ പദങ്ങളുടെ തുക, ആദ്യത്തേയും അവസാനത്തേയും പദങ്ങളുടെ തുകയും പദങ്ങളുടെ എണ്ണവും തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ്
- പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയാണെങ്കിൽ തുക, നടുവിലുള്ള പദത്തിന്റേയും പദങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റേയും ഗുണനഫലമാണ്

1. സമാന്തരശ്രേണികൾ

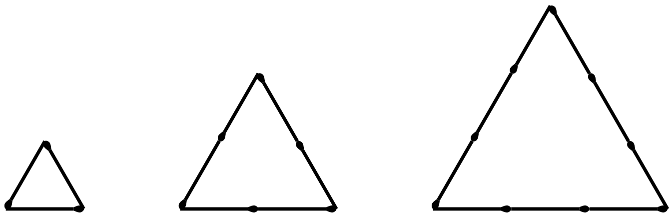
☞ ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ:



✍ ഓരോ ത്രികോണത്തിലേയും പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണം എഴുതുക

✍ അടുത്ത രണ്ടു ത്രികോണത്തിലെ പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണം എഴുതുക

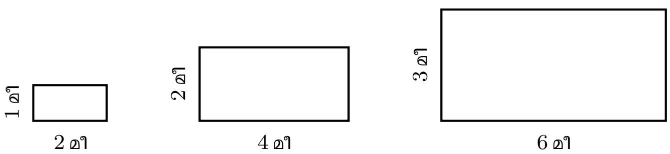
☞ തീപ്പെട്ടികോലുകൾകൊണ്ട് ചുവടെക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം:



✍ ഓരോ ത്രികോണത്തിലും ഉപയോഗിച്ച കോലുകളുടെ എണ്ണം എഴുതുക

✍ അടുത്ത രണ്ടു ത്രികോണത്തിലെ കോലുകളുടെ എണ്ണം എഴുതുക

☞ ചുവടെയുള്ള ചതുരങ്ങൾ നോക്കുക



✍ ഈ രീതിയിൽ തുടർന്നാൽ, അടുത്ത ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എത്രയാണ്?

✍ ഈ നാലു ചതുരങ്ങളുടെ ചുറ്റളവുകൾ ക്രമമായി എഴുതുക

, , ,

✍ ഈ നാലു ചതുരങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകൾ ക്രമമായി എഴുതുക

, , ,

വർക്ക്ഷീറ്റ് 1

ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ഓരോ ശ്രേണിയിലേയും ആദ്യത്തെ അഞ്ചു പദങ്ങൾ എഴുതുക

(1) ഇരട്ടസംഖ്യകളോട് 1 കൂട്ടി കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ

3, 5, $\square$, $\square$, $\square$

(2) ഇരട്ടസംഖ്യകളിൽനിന്ന് 1 കുറച്ചു കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ

$\square$, $\square$, $\square$, $\square$, $\square$

(3) 1, 6 എന്നീ അക്കങ്ങളിൽ അവസാനിക്കുന്ന എണ്ണൽസംഖ്യകൾ

$\square$, $\square$, $\square$, $\square$, $\square$

(4) $\frac{1}{2}$ ൽനിന്നു തുടങ്ങി, അംശത്തോട് 1 വീതം കൂട്ടി കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ

$\square$, $\square$, $\square$, $\square$, $\square$

(5) $\frac{1}{2}$ ൽനിന്നു തുടങ്ങി, ഛേദത്തോട് 1 വീതം കൂട്ടി കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ

$\square$, $\square$, $\square$, $\square$, $\square$

(6) $\frac{1}{2}$ ൽനിന്നു തുടങ്ങി, അംശത്തോടും ഛേദത്തോടും 1 വീതം കൂട്ടി കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ

$\square$, $\square$, $\square$, $\square$, $\square$

(7) 2 ൽനിന്നു തുടങ്ങി, തുടർച്ചയായി ഇരട്ടിച്ചു കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ

$\square$, $\square$, $\square$, $\square$, $\square$

ഇവയിൽ ഓരോന്നും സമാന്തരശ്രേണിയാണോ, അല്ലയോ എന്നെഴുതുക

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

(7)

വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

1. സമാന്തരശ്രേണികൾ

☞ ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ശ്രേണികളിലെ അടുത്ത മൂന്നു സംഖ്യകൾ എഴുതുക

✍ 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ 3, 6, ☐, ☐, ☐

✍ 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 1 ശിഷ്ടം വരുന്ന സംഖ്യകൾ
1, 4, ☐, ☐, ☐

✍ 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 2 ശിഷ്ടം വരുന്ന സംഖ്യകൾ
2, 5, ☐, ☐, ☐

☞ ഇവയെല്ലാം സമാന്തരശ്രേണിയാണോ? പൊതുവ്യത്യാസം എത്രയാണ്?

....

☞ ചില സമാന്തരശ്രേണികളുടെ ആദ്യപദവും, പൊതുവ്യത്യാസവും ചുവടെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ശ്രേണികൾ എഴുതുക

✍ ആദ്യപദം 1, പൊതുവ്യത്യാസം 4 ☐, ☐, ☐, ...

✍ ആദ്യപദം 2, പൊതുവ്യത്യാസം 4 ☐, ☐, ☐, ...

✍ ആദ്യപദം 3, പൊതുവ്യത്യാസം 4 ☐, ☐, ☐, ...

✍ ആദ്യപദം 4, പൊതുവ്യത്യാസം 4 ☐, ☐, ☐, ...

☞ ഈ ശ്രേണികളിൽ ഓരോന്നിലേയും സംഖ്യകളെ 4 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്തെല്ലാമാണ്?

✍ ഒന്നാം ശ്രേണി ☐ ✍ രണ്ടാം ശ്രേണി ☐

✍ മൂന്നാം ശ്രേണി ☐ ✍ നാലാം ശ്രേണി ☐

☞ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ രണ്ടു പദങ്ങൾ 12, 23 ഇവയാണ്

✍ ശ്രേണിയുടെ പൊതു വ്യത്യാസം എന്താണ്? ☐

✍ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ അഞ്ചു പദങ്ങൾ എഴുതുക

☐, ☐, ☐, ☐, ☐

✍ ഈ സംഖ്യകളെ 11 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്താണ്? ...

✍ 100 എന്ന സംഖ്യ ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

....

✍ 1000 എന്ന സംഖ്യ ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

....

വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

☞ ചുവടെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമാന്തരശ്രേണികളിൽ ചില പദങ്ങൾ എഴുതിയിട്ടില്ല. അവ കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക

✍ 1, 3, 5, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$

✍ 1, 4, 7, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$

✍ 1, 5, $\boxed{}$, 13, 17, $\boxed{}$

✍ 1, $\boxed{}$, 11, 16, 21, $\boxed{}$

✍ 1, $\boxed{}$, $\boxed{}$, 19, 25, $\boxed{}$

✍ $\boxed{}$, 7, 12, 17, $\boxed{}$, $\boxed{}$

✍ $\boxed{}$, $\boxed{}$, 10, 16, $\boxed{}$, $\boxed{}$

✍ $\boxed{}$, $\boxed{}$, 10, $\boxed{}$, 16, $\boxed{}$

✍ $\boxed{}$, $\boxed{}$, 10, $\boxed{}$, $\boxed{}$, 16

✍ 10, 8, 6, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$

✍ 8, 4, 0, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$

✍ $\boxed{}$, 5, 0, -5, $\boxed{}$, $\boxed{}$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 4

✍ ചില സമാന്തരശ്രേണികളുടെ ആദ്യപദവും പൊതുവ്യത്യാസവും ചുവടെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഓരോന്നിന്റേയും ആദ്യത്തെ അഞ്ചു പദങ്ങൾ എഴുതുക

ആദ്യപദം	പൊതുവ്യത്യാസം	പദങ്ങൾ
1	1	
1	2	
2	2	
3	2	
2	3	
-2	3	
2	-3	
-3	2	
$\frac{1}{2}$	1	
1	$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	

വർക്ക്ഷീറ്റ് 5

✍ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ പദം 6 ഉം, പൊതുവ്യത്യാസം 4 ഉം ആണ്. ഇതിലെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങൾ ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ എഴുതുക

പദസ്ഥാനം	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
പദം	6	10			22					42

☞ ഇതിലെ ഒരു പദത്തിൽനിന്ന് മറ്റൊരു പദത്തിലെത്താൻ, പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര തവണ കൂട്ടണം അല്ലെങ്കിൽ കുറയ്ക്കണം എന്നു കണ്ടുപിടിക്കാം

✍ ചുവടെയുള്ള പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കിനോക്കൂ

തുടങ്ങുന്നത്		എത്തുന്നത്		ക്രിയ
സ്ഥാനം	പദം	സ്ഥാനം	പദം	
1	6	3	14	$14 = 6 + 8 = 6 + (2 \times 4)$
2	10	4		$\boxed{} = 10 + \boxed{} = 10 + (\boxed{} \times 4)$
5	22	7		$\boxed{} = 22 + \boxed{} = 22 + (\boxed{} \times 4)$
1	6	4		$\boxed{} = 6 + \boxed{} = 6 + (\boxed{} \times 4)$
2	10	5		$\boxed{} = 10 + \boxed{} = 10 + (\boxed{} \times 4)$
3		6	26	$\boxed{} = 26 - \boxed{} = 26 - (\boxed{} \times 4)$
4		7	30	$\boxed{} = 30 - \boxed{} = 26 - (\boxed{} \times 4)$
5	22	9		
6		10	42	

☞ ഇനി ഈ കണക്കുകൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതാമല്ലോ

✍ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 2-ാം പദം 4, പൊതു വ്യത്യാസം 5. ഇതിലെ 10-ാം പദം എന്താണ്? $4 + (\boxed{} \times 5) = \boxed{}$

✍ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 1-ാം പദം 8, പൊതു വ്യത്യാസം 4. ഇതിലെ 10-ാം പദം എന്താണ്? $\boxed{} + (\boxed{} \times \boxed{}) = \boxed{}$

✍ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 12-ാം പദം 25, പൊതു വ്യത്യാസം 3. ഇതിലെ 8-ാം പദം എന്താണ്? $\boxed{} - (\boxed{} \times \boxed{}) = \boxed{}$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 6

1. സമാന്തരശ്രേണികൾ

☞ ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിലെ ഓരോ വരിയിലും ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയെക്കുറിച്ചുള്ള ചില വിവരങ്ങൾ തന്നിരിക്കുന്നു

✍ ശ്രേണികളെക്കുറിച്ചുള്ള മറ്റു വിവരങ്ങൾ എഴുതി പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക

പൊതു വ്യത്യാസം	1-ാം പദം	2-ാം പദം	3-ാം പദം	4-ാം പദം	5-ാം പദം	10-ാം പദം
2	3	5				
3	2					
5		9				
8			12			
3						30
	2	10				
	2		10			
					12	22
	3					30
	4		5			
	8	4				
	8		4			

വർക്ക്ഷീറ്റ് 7

1. സമാന്തരശ്രേണികൾ

☞ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ പദം 5 ഉം, പൊതുവ്യത്യാസം 2 ഉം ആണ്

☞ അതിലെ 10-ാം പദം കണ്ടുപിടിക്കണം

✍ 10-ാം പദം കിട്ടാൻ, 5 നോട് എത്ര തവണ 2 കൂട്ടണം? $\square$

✍ അതായത്, 5 നോട് $\square \times 2 = \square$ കൂട്ടണം

✍ 10-ാം പദം $= \square + 5 = \square$

☞ ഇതേ ശ്രേണിയിലെ 15-ാം പദം എങ്ങിനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

✍ 15-ാം പദം കിട്ടാൻ, 5 നോട് എത്ര തവണ 2 കൂട്ടണം? $\square$

✍ അതായത്, 5 നോട് $\square \times 2 = \square$ കൂട്ടണം

✍ 15-ാം പദം $= \square + 5 = \square$

☞ ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു സ്ഥാനം പറഞ്ഞാൽ, ആ സ്ഥാനത്തെ പദം കണ്ടുപിടിക്കാൻ എന്തെല്ലാം ചെയ്യണം?

✍ സ്ഥാനസംഖ്യയിൽനിന്ന് $\square$ കുറയ്ക്കണം

✍ അതിനെ $\square$ കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം

✍ ഗുണിച്ചു കിട്ടിയ സംഖ്യയെ $\square$ നോട് കൂട്ടണം

☞ ഇക്കാര്യം ബീജഗണിതത്തിൽ എഴുതാം. കണ്ടുപിടിക്കേണ്ട പദത്തിന്റെ സ്ഥാനം n എന്ന് എഴുതിയാൽ

✍ സ്ഥാനസംഖ്യയിൽനിന്ന് 1 കുറച്ചുകിട്ടുന്ന സംഖ്യ $\square - \square$

✍ ഇതിനെ 2 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചുകിട്ടുന്ന സംഖ്യ

$$2 \times (\square - \square) = \square - \square$$

✍ ഗുണിച്ചു കിട്ടിയ സംഖ്യയെ 5 നോട് കൂട്ടുമ്പോൾ കിട്ടുന്നത്

$$(\square - \square) + 5 = \square n + \square$$

☞ ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $2n + 3$

☞ ഇതുപയോഗിച്ച്, ഏതു സ്ഥാനത്തിലേയും പദം കണ്ടുപിടിക്കാം

✍ 25-ാം പദം എന്താണ്? $(\square \times 25) + \square = \square$

✍ 100-ാം പദം എന്താണ്? $(\square \times \square) + \square = \square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 8

1. സമാന്തരശ്രേണികൾ

☞ $4, 9, 14, 19, \ldots$ എന്ന് സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം കണ്ടുപിടിക്കാം

✍ തുടങ്ങുന്ന സംഖ്യ എന്താണ് $\square$

✍ തുടർന്നുള്ള സംഖ്യകൾ കിട്ടാൻ ഏതു സംഖ്യയാണ് കൂട്ടുന്നത്? $\square$

☞ ഇതിലെ n എന്ന സ്ഥാനത്തെ സംഖ്യ കിട്ടാൻ എന്തെല്ലാം ചെയ്യണം?

✍ nൽ നിന്ന് $\square$ കുറച്ചുകിട്ടുന്നത് $\square - \square$

✍ അതിനെ $\square$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കിട്ടുന്നത്

$$\square \times (\square - \square) = \square - \square$$

✍ ഗുണിച്ചു കിട്ടിയ സംഖ്യയെ $\square$ നോട് കൂട്ടുമ്പോൾ കിട്ടുന്നത്

$$(\square - \square) + \square = \square + \square$$

☞ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $5n - 1$ എന്നു കിട്ടിയില്ലേ?

☞ ഇതുപോലെ $2, 6, 10, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം കണ്ടുപിടിക്കൂ

✍ തുടങ്ങുന്ന സംഖ്യ $\square$

✍ കൂട്ടുന്ന സംഖ്യ $\square$

☞ ഇതിലെ n എന്ന സ്ഥാനത്തെ സംഖ്യ കിട്ടാൻ എന്തെല്ലാം ചെയ്യണം?

✍

✍

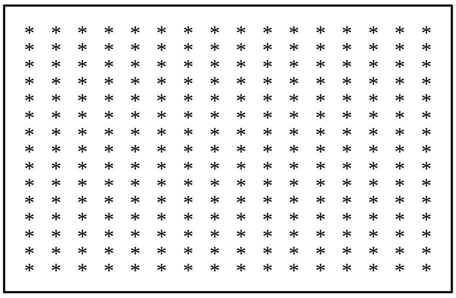
✍

✍ ബീജഗണിതരൂപം $\square$

☞ $4, 10, 16,$ $\square$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം കണ്ടുപിടിക്കുക

വർക്ക്ഷീറ്റ് 9

☞ ചുവടെയുള്ള ചതുരത്തിൽ ആകെ എത്ര നക്ഷത്രങ്ങളുണ്ടെന്നു കണക്കാക്കണം

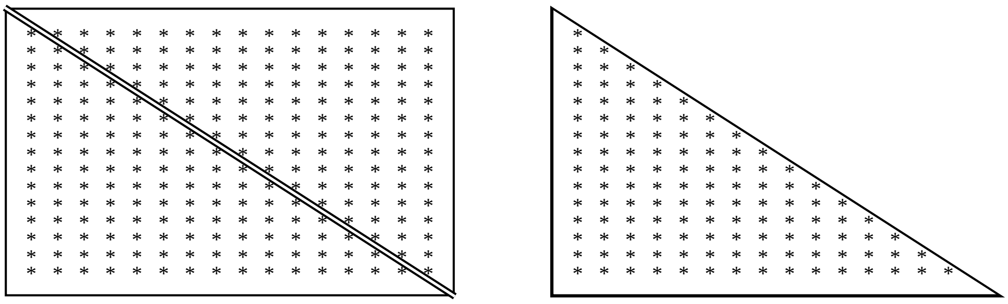


✍ ഓരോ വരിയിലും എത്ര നക്ഷത്രങ്ങളുണ്ട്? $\boxed{}$

✍ ഓരോ നിരയിലും എത്ര നക്ഷത്രങ്ങളുണ്ട്? $\boxed{}$

✍ ചതുരത്തിലാകെ എത്ര നക്ഷത്രങ്ങളുണ്ട്? $\boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$

☞ ചുവടെയുള്ള ത്രികോണത്തിൽ എത്ര നക്ഷത്രങ്ങളുണ്ടെന്നു കണക്കാക്കണം



✍ ഒന്നാമത്തെ വരിയിൽ എത്ര നക്ഷത്രങ്ങളുണ്ട്? $\boxed{}$

✍ രണ്ടാമത്തെ വരിയിലോ? $\boxed{}$

✍ അവസാനത്തെ വരിയിൽ? $\boxed{}$

✍ ആകെ നക്ഷത്രങ്ങൾ $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

☞ ഇത് മറ്റൊരു രീതിയിലും കണക്കാക്കാം: ചതുരത്തിലെ നക്ഷത്രങ്ങളുടെ പകുതിയാണല്ലോ ത്രികോണത്തിലുള്ളത്

✍ ത്രികോണത്തിലെ നക്ഷത്രങ്ങളുടെ എണ്ണം $\frac{1}{2} \times \boxed{} = \boxed{}$

☞ ഇതിൽനിന്ന് എന്തു മനസിലായി?

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15$$
$$= \frac{1}{2} \times \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 10

☞ ഒന്നു മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ കുറേ എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക എങ്ങിനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

✍ ഒന്നിൽനിന്നു തുടങ്ങി ഒരു നിശ്ചിത എണ്ണൽസംഖ്യ വരെ കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്നത്, ... യുടേയും അതിനോട് . . . കൂട്ടിയതിന്റേയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ . . . . . . ആണ്

✍ $1+2+3+\cdots+20 = \frac{1}{2} \times \square \times \square = \square$

☞ 2,4, 6 എന്നിങ്ങിനെ 30 വരെയുള്ള ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ തുക എന്താണ്?

✍ $2+4+6+\cdots+30 = 2 \times (1+2+3+\cdots+ \square)$

✍ $1+2+3+\cdots+15 = \frac{1}{2} \times \square \times \square = \square$

✍ $2+4+6+\cdots+30 = 2 \times \square = \square$

☞ 3, 6, 9 എന്നിങ്ങിനെ 120 വരെയുള്ള 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ തുക എങ്ങിനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

✍ നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ

$$\begin{aligned} 3+6+9+\cdots+120 &= 3 \times (\square + \square + \square + \cdots + \square) \\ &= 3 \times \tfrac{1}{2} \times \square \times \square \\ &= \square \end{aligned}$$

☞ 3, 5, 7, . . . എന്നിങ്ങിനെ തുടരുന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടു പിടിക്കണം

✍ ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ, $3,\ 3+2,\ 3+4,\ 3+6,\ \ldots$ എന്നിങ്ങിനെയാണല്ലോ. 25-ാം പദം $= 3 + (\square \times 2) = 3 + \square$

✍ ഓരോ പദത്തിലുമുള്ള 3 എല്ലാം ഒരുമിച്ചു കൂട്ടിയാൽ എന്തു കിട്ടും?

$$\square \times 3 = \square$$

✍ ഇനി കൂട്ടാനുള്ളത് എന്താണ്?

$$\begin{aligned} 2+4+6+\cdots+\square &= 2(1+2+3+\cdots+\square) \\ &= 2 \times \tfrac{1}{2} \times 24 \times \square \\ &= \square \end{aligned}$$

✍ ആകെ തുക $\square + \square = \square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 11

☞ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം $4n + 3$ ആണ്. ഇതിലെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കണം

✍ ഏതൊക്കെ സംഖ്യകളുടെ തുകയാണ് കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടത്?

$$(4 \times 1) + 3,\ (4 \times 2) + 3,\ (4 \times 3) + 3,\ \dots,\ \boxed{}$$

✍ $(4 \times 1), (4 \times 2), (4 \times 3), \dots, (4 \times 20)$ ന്റെ തുക എത്രയാണ്?

$$\begin{aligned}(4 \times 1) + (4 \times 2) + (4 \times 3) + \cdots + (4 \times 20) &= 4 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + 20)\\ &= 4 \times \tfrac{1}{2} \times \boxed{} \times \boxed{}\\ &= \boxed{}\end{aligned}$$

✍ ഇനി എത്ര 3 കൾ കൂടി കൂട്ടണം? $\boxed{} \times 3 = \boxed{}$

✍ ശ്രേണിയുടെ തുക $\boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$

☞ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം $3n - 2$ ആണ്. ഇതിലെ ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക എങ്ങിനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

✍ സംഖ്യകൾ

$$(3 \times 1) - 2,\ (3 \times 2) - 2,\ (3 \times 3) - 2,\ \dots,\ \boxed{}$$

✍ ഗുണനഫലങ്ങളുടെ തുക

$$3 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + \boxed{}) = 3 \times \boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$$

✍ എത്ര 2 കൾ കുറയ്ക്കണം? $\boxed{} \times 2 = \boxed{}$

✍ ശ്രേണിയുടെ തുക $\boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

☞ $5, 8, 11, \dots$ എന്നു തുടരുന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 12 പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടു പിടിക്കണം

✍ ആദ്യപദം $\boxed{}$ പൊതുവ്യത്യാസം $\boxed{}$

✍ n-ാം പദം $\boxed{} + (\boxed{} - \boxed{}) \times \boxed{} = \boxed{}\,n + \boxed{}$

✍ ഇനി നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ തുക കാണാമല്ലോ

$$\begin{aligned}\text{തുക} &= (\boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{}) + (\boxed{} \times \boxed{})\\ &= \boxed{}\end{aligned}$$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 12

ചോദ്യങ്ങൾ

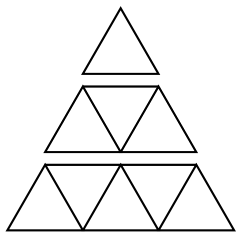
ഭാഗം 1

1. ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ:

ഒന്നാം വരി

രണ്ടാം വരി

മൂന്നാം വരി



   (a) ഇങ്ങിനെ തുടരാൻ, അടുത്ത വരിയിൽ എത്ര ത്രികോണം വേണം?

   (b) പത്താമത്തെ വരിയിലോ?

   (c) പത്തു വരിയിലുംകൂടി ആകെ എത്ര ത്രികോണം ഉണ്ടാകും?

2. സമാന്തരശ്രേണിയിലായ അഞ്ചു സംഖ്യകൾ; നടുക്കുള്ള സംഖ്യ 20. ഇത്തരത്തിലുള്ള രണ്ടു കൂട്ടം സംഖ്യകൾ എഴുതുക

3. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം 7; അതിലെ ഒരു സംഖ്യ 45

   (a) ഈ ശ്രേണിയിൽ 85 ഉണ്ടാകുമോ?

   (b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്നക്കസംഖ്യ എന്താണ്?

4. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 11-ാം പദം 41 ഉം, 14-ാം പദം 47 ഉം, ആണ്. ശ്രേണിയുടെ 8-ാം പദം എന്താണ്?

5. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $8n + 3$ ആണ്.

   (a) ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ അഞ്ചു സംഖ്യകൾ എഴുതുക

   (b) ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകളെ 8 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്താണ്?

   (c) ഈ ശ്രേണിയിൽ 103 ഉണ്ടാകുമോ? 1003 ആണെങ്കിലോ?

6. ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ കോണുകൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്; ഏറ്റവും ചെറിയ കോൺ 18° ഉം ആണ്. കോണുകളെല്ലാം കണക്കാക്കുക

7. $101, 104, 107, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 50 പദങ്ങളുടെ തുകയേക്കാൾ എത്ര വലുതാണ്, $111, 114, 117, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 50 പദങ്ങളുടെ തുക?

8. 7ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ മൂന്നക്കസംഖ്യകൾ ക്രമമായി എഴുതുക

   (a) ഇതിലെ ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ എന്താണ്?

   (b) ഏറ്റവും വലുതോ?

(c) ഇത്തരത്തിലുള്ള എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട്?

(d) ഈ സംഖ്യകളുടെയെല്ലാം തുക കണ്ടുപിടിക്കുക

9. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $7n - 2$ ആണ്

(a) അതിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്നു സംഖ്യകൾ എഴുതുക

(b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 25 സംഖ്യകളുടെ തുക എന്താണ്?

10. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 5-ാം പദത്തിനോട് 40 കൂട്ടിയതാണ് 10-ാം പദം. അതിലെ 15-ാം പദം 127 ആണ്.

(a) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്താണ്?

(b) ആദ്യത്തെ പദം എന്താണ്?

(c) ആദ്യത്തെ 30 പദങ്ങളുടെ തുക എന്താണ്?

ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 1

1. ഓരോ വരിയിലേയും ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം $1, 3, 5, 7, \ldots$ എന്നീ ഒറ്റസംഖ്യകളാണ്.

   പത്താമത്തെ വരിയിൽ, $1 + (9 \times 2) = 19$ ത്രികോണങ്ങളുണ്ടാകും.

   പത്തു വരിയിലുംകൂടി ആകെയുണ്ടാകുന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം, ആദ്യത്തെ 10 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക, അതായത് $10^2 = 100$ (അല്ലെങ്കിൽ $\frac{1}{2} \times 10 \times (1 + 19) = 100$)

2. 20ൽനിന്ന് ഏതെങ്കിലും ഒരു സംഖ്യ രണ്ടുവട്ടം കുറച്ച് ആദ്യത്തെ രണ്ടു സംഖ്യകളും, അതേ സംഖ്യ രണ്ടുവട്ടം കൂട്ടി അടുത്ത രണ്ടു സംഖ്യകളും എഴുതാം—ഉദാഹരണമായി, $18, 19, 20.$ $21, 22$ അല്ലെങ്കിൽ $16, 18, 20, 22, 24$

3. പൊതുവ്യത്യാസം 7 ആയതിനാൽ, ശ്രേണിയിലെ ഏതു രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസവും 7ന്റെ ഗുണിതമാണ് 85ന്റേയും 45ന്റേയും വ്യത്യാസമായ 40 എന്ന സംഖ്യ 7ന്റെ ഗുണിതമല്ലാത്തതിനാൽ 85 ഈ ശ്രേണിയിലില്ല.

   ആദ്യത്തെ മൂന്നക്ക സംഖ്യയായ 100ൽ എത്താൻ, 45നോട് 55 കൂട്ടണം. 55നോട് ഏറ്റവും അടുത്ത 7ന്റെ ഗുണിതം $7 \times 8 = 56$. അതിനാൽ, $45 + 56 = 101$ ആണ് ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്നക്കസംഖ്യ

4. 11-ാം പദത്തിൽനിന്ന് 14-ാം പദത്തിലെത്താൻ പൊതുവ്യത്യാസം 3 തവണ കൂട്ടണം. അതായത്, പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ 3 മടങ്ങ്, $47 - 41 = 6$. ഇനി 8-ാം പദത്തിലെത്താൻ 11-ാം പദത്തിൽനിന്ന് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ 3 മടങ്ങ് കുറയ്ക്കണം. അപ്പോൾ 8-ാം പദം $41 - 6 = 35$

5. 3നോട് 8ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ കൂട്ടിയതാണ് ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകൾ. ആദ്യത്തെ അഞ്ചു സംഖ്യകൽ $11, 19, 27, 25, 33$

   ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 8 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 3

   $103 - 3 = 100$ എന്ന സംഖ്യ 8ന്റെ ഗുണിതമല്ല; അതിനാൽ 103 ഈ ശ്രേണിയിലില്ല

   $1003 - 3 = 1000$ എന്ന സംഖ്യ 8ന്റെ ഗുണിതമാണ്; അതിനാൽ 1003 ഈ ശ്രേണിയിലുണ്ടാകും

6. പൊതുവ്യത്യാസം x എന്നെടുത്താൽ, കോണുകൾ $18°, (18 + x)°, (18 + 2x)°, (18 + 3x)°$ അവയുടെ തുക $360°$ ആയതിനാൽ, $72 + 6x = 360$. അതിനാൽ, $x = 48$; കോണുകൾ, $18°, 66°, 114°, 162°$

7. ആദ്യത്തെ ശ്രേണിയിലെ ഓരോ സംഖ്യയെക്കാളും 10 കൂടുതലാണ്, രണ്ടാമത്തെ ശ്രേണിയിൽ അതേ സ്ഥാനത്തുള്ള സംഖ്യ. 50 സംഖ്യകളെടുക്കുമ്പോൾ, തുക $50 \times 10 = 500$ കൂടും

8. ഏറ്റവും ചെറിയ മൂന്നക്കസംഖ്യയായ 100നെ 7 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 2; അപ്പോൾ 7ന്റെ ഗുണിതമായ ഏറ്റവും ചെറിയ മൂന്നക്കസംഖ്യ $100 + 5 = 105$

   ഏറ്റവും വലിയ മൂന്നക്കസംഖ്യയായ 999നെ 7 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 5; അപ്പോൾ 7ന്റെ ഗുണിതമായ ഏറ്റവും വലിയ മൂന്നക്കസംഖ്യ $999 - 5 = 994$

$105 = 15 \times 7$ ഉം $994 = 142 \times 7$ ഉം ആണ്; അപ്പോൾ $105, 112, \dots, 994$ എന്നിങ്ങിനെയുള്ള 7ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ എണ്ണം $142 - 14 = 128$

ഇവയുടെ തുക $\frac{1}{2} \times 128 \times (105 + 994) = 70336$

9. ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്നു സംഖ്യകൾ $7 \times 1 - 2 = 5$, $7 \times 2 - 2 = 12$, $7 \times 3 - 2 = 19$ ഇവയാണ്

   ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക $\left(7 \times \frac{1}{2} \times 25 \times 26\right) - (25 \times 2) = 2225$

10. 5-ാം പദത്തിനോട് 5 തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടുമ്പോഴാണ് 10-ാം പദം കിട്ടുന്നത്. കൂട്ടിയത് 40 ആയതിനാൽ, പൊതുവ്യത്യാസം $40 \div 5 = 8$

    ആദ്യത്തെ പദം കിട്ടാൻ, 15-ാം പദത്തിൽനിന്ന് പൊതുവ്യത്യാസം 14 തവണ കുറയ്ക്കണം; അപ്പോൾ ആദ്യപദം $127 - (14 \times 8) = 15$

    $15, 23, 31, \dots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 30 സംഖ്യകളുടെ തുക $\left(8 \times \frac{1}{2} \times 30 \times 31\right) + (7 \times 30) = 3930$

ചോദ്യങ്ങൾ

ഭാഗം 2

1. $-100, -97, -94, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണി നോക്കുക

   (a) ഈ ശ്രേണിയിൽ 0 ഉണ്ടാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

   (b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ അധിസംഖ്യ എന്താണ്?

2. ചുവടെ സംഖ്യകൾ എഴുതിയിരിക്കുന്ന രീതി നോക്കുക:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & & & \\ & & 2 & 3 & 4 & & \\ & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \end{array}$$

   (a) ഇതിലെ അടുത്ത രണ്ടു വരികൾ എഴുതുക

   (b) ഓരോ വരിയിലേയും സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം ഒരു ശ്രേണിയായി എഴുതുക

   (c) ഇതു തുടർന്നാൽ, 10-ാം വരിയിൽ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ടാകും?

   (d) 9-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ എന്താണ്?

   (e) 10-ാം വരിയിലെ ആദ്യത്തെ സംഖ്യ എന്താണ്?

   (f) 10-ാം വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക എന്താണ്?

3. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം $\frac{1}{4}$ ഉം പൊതുവ്യത്യാസം $\frac{1}{2}$ ഉം ആണ്

   (a) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക

   (b) ഈ ശ്രേണിയിൽ എണ്ണൽസംഖ്യകളൊന്നും ഉണ്ടാകില്ല എന്നു തെളിയിക്കുക

4. ഒരു സമാന്തരശ്രേണി ഉണ്ടാക്കണം; ആദ്യത്തെ 11 പദങ്ങളുടെ തുക 77 ആകണം

   (a) അതിലെ 6-ാം പദം എന്തായിരിക്കണം?

   (b) പൊതുവ്യത്യാസം 1 ആയ ഇത്തരം ഒരു ശ്രേണി എഴുതുക

   (c) പൊതുവ്യത്യാസം 2 ആയ ഇത്തരം ഒരു ശ്രേണി എഴുതുക

5. $1, 3, 5, 7, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയും, $1, 4, 7, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയും നോക്കുക

   (a) രണ്ടിലും പൊതുവായി വരുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

   (b) ഈ സംഖ്യകൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണോ?

   (c) ഈ മൂന്നു ശ്രേണികളുടേയും ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക

6. ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകൾ $172°, 164°, 156°, \ldots$ എന്നിങ്ങിനെയുള്ള സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്

   (a) ബാഹ്യകോണുകളുടെ ശ്രേണി എന്താണ്?

(b) ഈ ബഹുഭുജത്തിന് എത്ര വശങ്ങളുണ്ട് ?

7. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക 495 ഉം, ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക 1325 ഉം ആണ്. ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം കണ്ടുപിടിക്കുക

8. $3, 6, 9, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 20 സംഖ്യകളുടെ തുകയേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ്, $6, 12, 18, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 20 സംഖ്യകളുടെ തുക ?

9. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ 4 മടങ്ങാണ്, ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക. ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദത്തിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ് പൊതുവ്യത്യാസം ?

10. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $4n^2 + 5n$ ആണ്. ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം കണ്ടുപിടിക്കുക

ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 2

1. -100 നോട് 3ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ കൂട്ടിയാണ് ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകൾ കിട്ടുന്നത്. 0 കിട്ടാൻ, -100 നോട് 100 ആണ് കൂട്ടേണ്ടത്. 100 എന്ന സംഖ്യ 3ന്റെ ഗുണിതമല്ല. അപ്പോൾ 0 ഈ ശ്രേണിയിലില്ല.

   100 കഴിഞ്ഞാൽ, ഏറ്റവും അടുത്ത 3ന്റെ ഗുണിതം 102. അപ്പോൾ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ അധിസംഖ്യ $-100 + 102 = 2$

2. അഞ്ചാമത്തെ വരിയിൽ 17 മുതൽ 25 വരെയുള്ള സംഖ്യകളും, ആറാമത്തെ വരിയിൽ 26 മുതൽ 36 വരെയുള്ള സംഖ്യകളും.

   ഓരോ വരിയിലേയും സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം, $1, 3, 5, \ldots$ എന്നിങ്ങിനെ ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണിയാണ്

   10-ാം വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം, പത്താമത്തെ ഒറ്റസംഖ്യയായ $2 \times 10 - 1 = 19$

   9-ാം വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ, ആദ്യത്തെ 9 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക $9^2 = 81$

   അപ്പോൾ 10-ാം വരിയിലെ ആദ്യസംഖ്യ $81 + 1 = 82$

   10-ാം വരിയിൽ 82 മുതൽ $10^2 = 100$ വരെയുള്ള സംഖ്യകളാണ് ഉണ്ടാകുക. അവയുടെ തുക $\frac{1}{2} \times 19 \times (82 + 100) = 1729$

3. ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $\frac{1}{2}n - \frac{1}{4}$

   ഇതിനെ $\dfrac{2n-1}{4}$ എന്ന ഭിന്നരൂപത്തിൽ എഴുതാം. അംശമെല്ലാം ഒറ്റസംഖ്യകളും, ഛേദം 4ഉം ആയതിനാൽ, ഈ ഭിന്നസംഖ്യകളൊന്നുംതന്നെ എണ്ണൽസംഖ്യയല്ല

4. 11 പദങ്ങളുടെ തുക, നടുവിലുള്ള (അതായത് 6-ാം സംഖ്യയുടെ) 11 മടങ്ങാണ്. അപ്പോൾ 6-ാം സംഖ്യ, $77 \div 11 = 7$

   പൊതുവ്യത്യാസം 1 ആയ ഇത്തരം ശ്രേണി കിട്ടാൻ 7ൽനിന്ന് 5 തവണ 1 കുറയ്ക്കുകയും, 5 തവണ കൂട്ടുകയും ചെയ്താൽ മതി. അതായത് $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$

   പൊതുവ്യത്യാസം 2 ആയ ഇത്തരം ശ്രേണി കിട്ടാൻ 7ൽനിന്ന് 5 തവണ 2 കുറയ്ക്കുകയും, 5 തവണ 2 കൂട്ടുകയും ചെയ്താൽ മതി; അതായത് $-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17$

5. 1 നോട് 2ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ കൂട്ടിയതാണ് ആദ്യത്തെ ശ്രേണി; 1 നോട് 3ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ കൂട്ടിയതാണ് രണ്ടാമത്തെ ശ്രേണി. 1 നോട് 2ന്റേയും 3ന്റേയും പൊതുഗുണിതങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ രണ്ടുശ്രേണിയിലുമുണ്ടാകും. അതായത്, 1 നോട് $2 \times 3 = 6$ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ കൂട്ടിക്കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ $1, 7, 13, \ldots$

   ഈ സംഖ്യകൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്

   $1, 3, 5, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $2n - 1$

   $1, 4, 7, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $3n - 2$

   $1, 7, 13, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $6n - 5$

6. ബാഹ്യകോണുകളുടെ ശ്രേണി, $8^\circ, 16^\circ, 24^\circ, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്.

   വശങ്ങളുടെ എണ്ണം n എന്നെടുത്താൽ, കോണുകൾ $8^\circ, 16^\circ, 24^\circ, \ldots, 8n$. അവയുടെ തുക 360° ആയതിനാൽ, $8 \times \frac{1}{2} \times n \times (n+1) = 360$. ഇതിൽനിന്ന് $n(n+1) = 90$ എന്നു കിട്ടും. അടുത്തടുത്ത രണ്ടു എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 90; സംഖ്യകൾ 9, 10 അതായത്, വശങ്ങളുടെ എണ്ണം 9

7. ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $an + b$ എന്നെടുത്താൽ, ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക

$$\left(a \times \tfrac{1}{2} \times 15 \times 16\right) + (b \times 15) = 120a + 15b$$

   ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക

$$\left(a \times \tfrac{1}{2} \times 25 \times 26\right) + (b \times 25) = 325a + 25b$$

   തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളനുസരിച്ച്

$$120a + 15b = 495$$
$$325a + 25b = 1325$$

   അപ്പോൾ $a = 4$, $b = 1$; ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $4n + 1$

8. രണ്ടാമത്തെ ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകൾ, ആദ്യത്തെ ശ്രേണിയിലെ അതതു സ്ഥാനത്തെ സംഖ്യകളേക്കാൾ $3, 6, 9, \ldots$ എന്ന ക്രമത്തിൽ കൂടുതലാണ്. ഇങ്ങിനെ 20 സംഖ്യകളുടെ തുക $3 \times \frac{1}{2} \times 20 \times 21 = 630$

9. ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം x എന്നും, പൊതുവ്യത്യാസം y എന്നും എടുത്താൽ, ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങളുടെ തുക

$$5x + (1 + 2 + 3 + 4)y = 5x + 10y$$

   ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക

$$10x + (1 + 2 + \cdots + 9)y = 10x + \left(\tfrac{1}{2} \times 9 \times 10 \times y\right) = 10x + 45y$$

   തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളനുസരിച്ച്

$$10x + 45y = 4(5x + 10y) = 20x + 40y$$

   ഇതിൽനിന്ന് $2x = y$ എന്നു കിട്ടും. അതായത്, ആദ്യപദത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ് പൊതുവ്യത്യാസം

10. തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $4n^2 + 5n$ എന്നതിൽനിന്ന്, ആദ്യത്തെ ഒരു പദത്തിന്റെ തുക $(4 \times 1^2) + (5 \times 1) = 9$, ആദ്യത്തെ രണ്ടു പദങ്ങളുടെ തുക $(4 \times 2^2) + (5 \times 2) = 26$ എന്നിങ്ങിനെ കിട്ടും

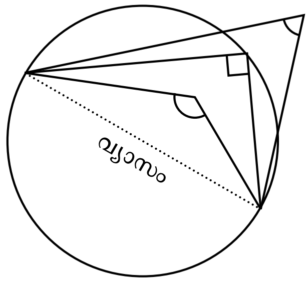
    ആദ്യത്തെ ഒരു പദത്തിന്റെ തുകയെന്നത്, ആദ്യത്തെ പദംതന്നെയാണ്. അതായത്, ആദ്യത്തെ പദം 9; ആദ്യത്തെ രണ്ടു പദങ്ങളുടെ തുക 26 ഉം, ആദ്യപദം 9 ഉം ആയതിനാൽ, രണ്ടാമത്തെ പദം $26 - 9 = 17$

    അപ്പോൾ, ശ്രേണി 9,17, $25, \ldots$ എന്നിങ്ങിനെയാണ്. ഇതിന്റെ ബീജഗണിതരൂപം $8n + 1$

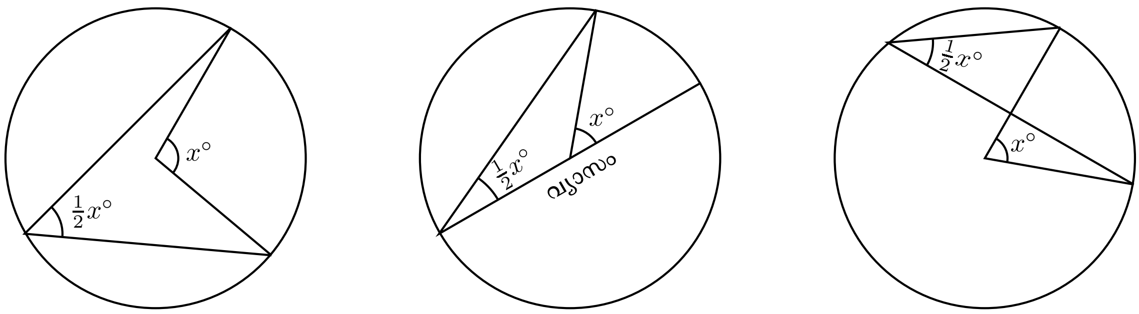
2 വൃത്തങ്ങൾ

അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

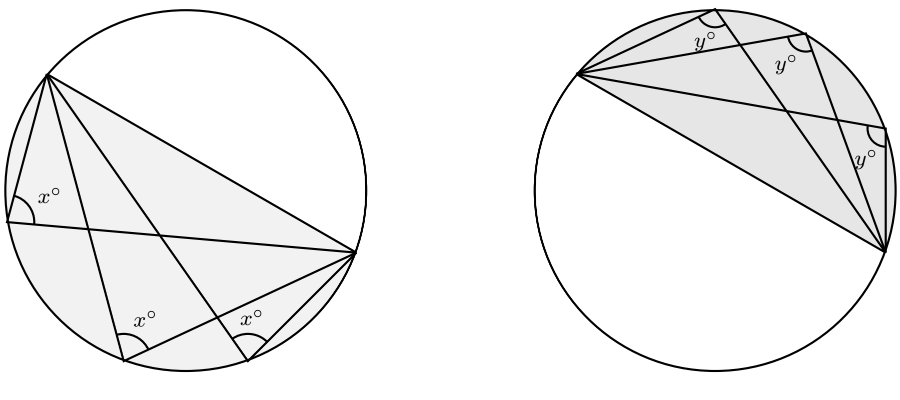
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ, മറ്റേതെങ്കിലും ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോൺ മട്ടമാണ്
- മറിച്ച്, വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ ഏതെങ്കിലും ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോൺ മട്ടമാണെങ്കിൽ, ആ ബിന്ദു വൃത്തത്തിൽത്തന്നെ ആയിരിക്കും
- വൃത്തത്തിലെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിനു പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാലുണ്ടാകുന്ന കോൺ മട്ടത്തേക്കാൾ കുറവും, വൃത്തത്തിന്റെ അകത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാലുണ്ടാകുന്ന കോൺ മട്ടത്തേക്കാൾ കൂടുതലുമാണ്



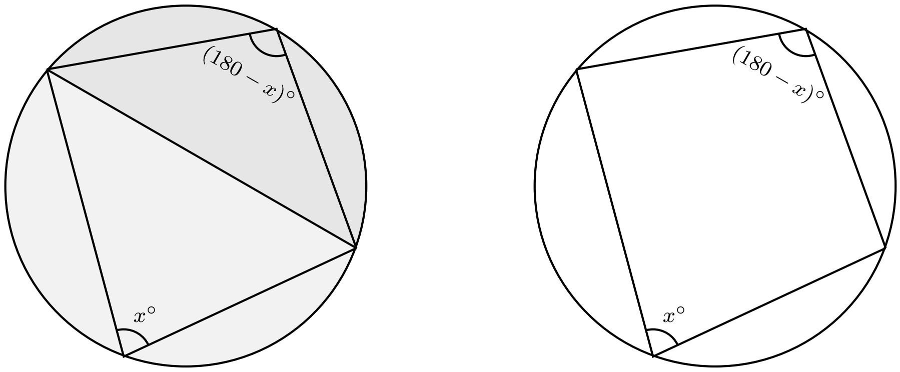
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ്, ആ ചാപം മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ



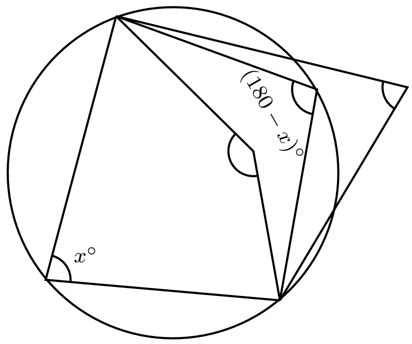
- ഒരേ വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണുകൾ തുല്യമാണ്



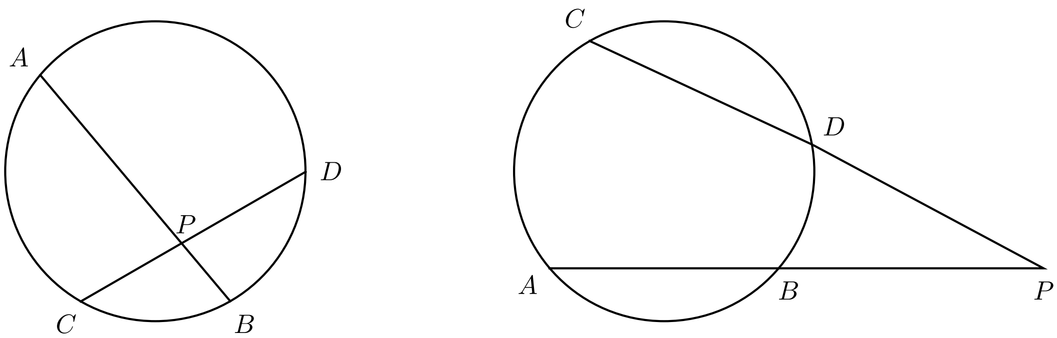
- മറുഖണ്ഡങ്ങളിലെ കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ നാലു മൂലകളും ഒരു വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ, അതിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്



- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമാണെങ്കിൽ, അതിന്റെ നാലു മൂലകളിൽക്കൂടി ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയും
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്നു മൂലകളിൽക്കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിനു പുറത്താണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ, ആ മൂലയിലേയും, എതിർമൂലയിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180° യേക്കാൾ കുറവാണ്; അകത്താണെങ്കിൽ, തുക 180° യേക്കാൾ കൂടുതലും

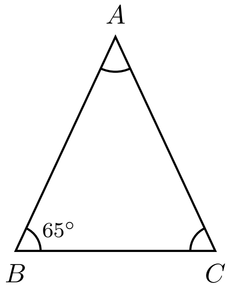


- ഒരു വൃത്തത്തിലെ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ, വൃത്തത്തിനകത്തോ പുറത്തോ, P എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കുകയാണെങ്കിൽ $AP \times PB = CP \times PD$ ആണ്



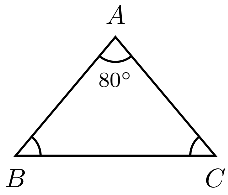
☞ ചുവടെയുള്ള ഓരോ ചിത്രത്തിലും, ΔABC ൽ $AB = AC$ ആണ്.

✍ മറ്റു കോണുകൾ കണക്കാക്കി ചിത്രങ്ങളിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക



$\angle C = \square$

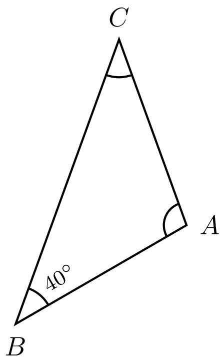
$\angle A = \square - 2 \times \square = \square$



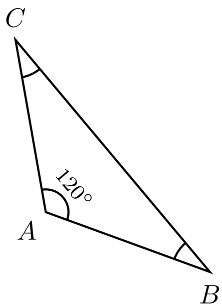
$\angle B + \angle C = \square - \square = \square$

$\angle B = \frac{1}{2} \times \square = \square$

$\angle C = \square$



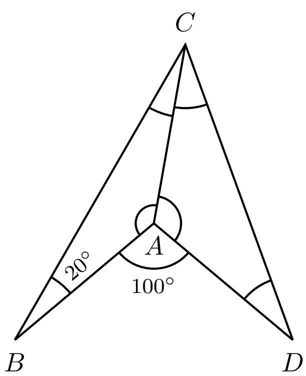
$\angle C = \square \quad \angle A = \square$



$\angle B = \square \quad \angle C = \square$

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ $AB = AC = AD$ ആണ്

✍ മറ്റു കോണുകൾ കണക്കാക്കി ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക



$\angle ACB = \square \quad \angle BAC = \square$

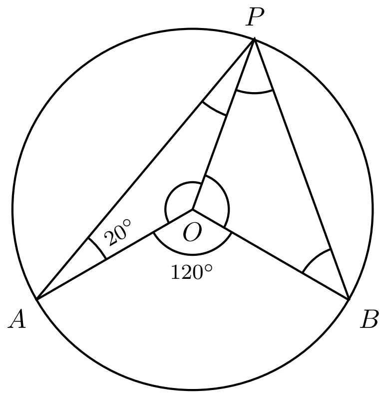
$\angle CAD = \square - (\square + \square) = \square$

$\angle ACD = \square \quad \angle ADC = \square$

$\angle BCD = \square + \square = \square$

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം O വൃത്തകേന്ദ്രവും, A, B, P വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്.

✍ ഓരോ ചിത്രത്തിന്റേയും വലതുവശത്തു പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന കോണുകൾ കണക്കാക്കി, ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക

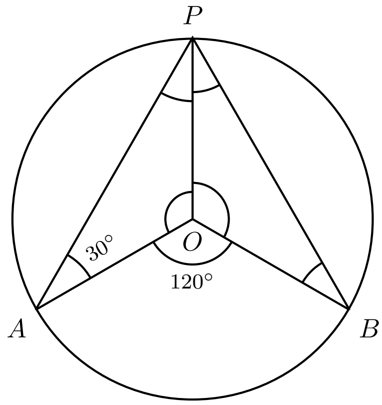


$\angle OPA = \square \quad \angle AOP = \square$

$\angle BOP = \square - (\square + \square) = \square$

$\angle OBP = \square \quad \angle OPB = \square$

$\angle APB = \square + \square = \square$

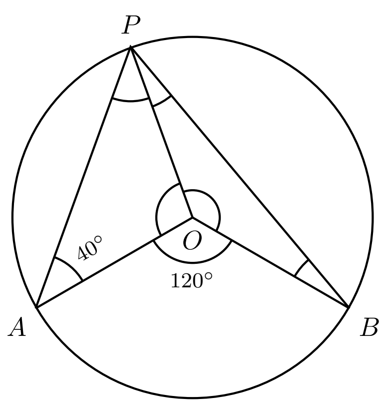


$\angle OPA = \square \quad \angle AOP = \square$

$\angle BOP = \square - (\square + \square) = \square$

$\angle OBP = \square \quad \angle OPB = \square$

$\angle APB = \square + \square = \square$



$\angle OPA = \square \quad \angle AOP = \square$

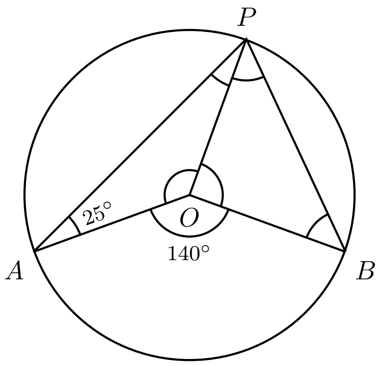
$\angle BOP = \square$

$\angle OBP = \square \quad \angle OPB = \square$

$\angle APB = \square$

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം O വൃത്തകേന്ദ്രവും, A, B, P വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്.

✍ ഓരോ ചിത്രത്തിന്റേയും വലതുവശത്തു പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന കോണുകൾ കണക്കാക്കി, ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക

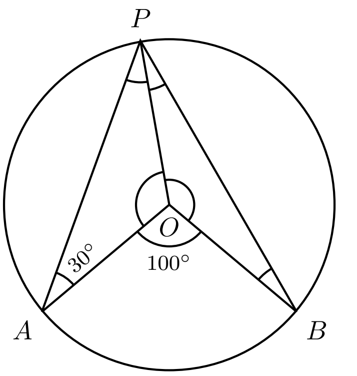


$\angle OPA = \square$ $\angle AOP = \square$

$\angle BOP = \square$

$\angle OBP = \square$ $\angle OPB = \square$

$\angle APB = \square$



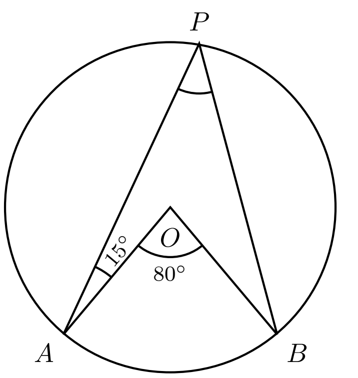
$\angle OPA = \square$ $\angle AOP = \square$

$\angle BOP = \square$

$\angle OBP = \square$ $\angle OPB = \square$

$\angle APB = \square$

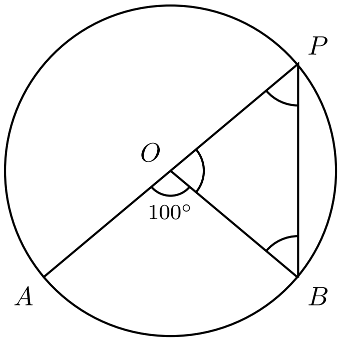
✍ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ആവശ്യമായ വര വരച്ചുചേർത്ത്, $\angle APB$ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക. കണക്കുകൂട്ടലുകൾ ചിത്രത്തിന്റെ വലതുഭാഗത്ത് എഴുതുക



വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

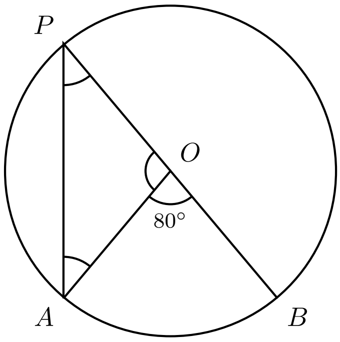
☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം O വൃത്തകേന്ദ്രവും, A, B, P വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്.

✍ ഓരോ ചിത്രത്തിന്റേയും വലതുവശത്തു പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന കോണുകൾ കണക്കാക്കി, ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക



$\angle BOP = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

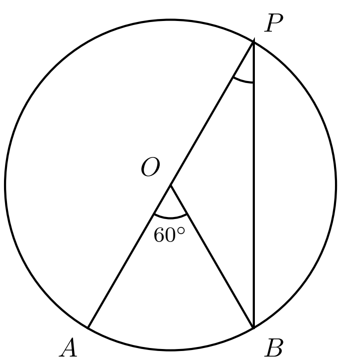
$\angle OBP = \boxed{}$ $\angle OPB = \boxed{}$



$\angle AOP = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

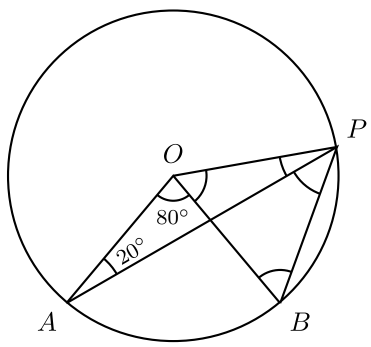
$\angle OAP = \boxed{}$ $\angle OPA = \boxed{}$

✍ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ $\angle APB$ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക. കണക്കുകൂട്ടലുകൾ ചിത്രത്തിന്റെ വലതുഭാഗത്ത് എഴുതുക



☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം O വൃത്തകേന്ദ്രവും, A, B, P വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്.

✍ ഓരോ ചിത്രത്തിന്റേയും വലതുവശത്തു പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന കോണുകൾ കണക്കാക്കി, ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക



$\angle OPA = \angle \boxed{} = \boxed{}$

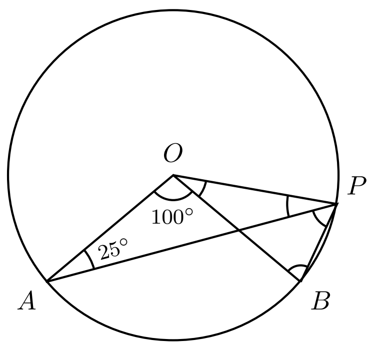
$\angle AOP = \boxed{} - 2 \times \boxed{} = \boxed{}$

$\angle BOP = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

$\angle OBP = \frac{1}{2} \times (\boxed{} - \boxed{}) = \boxed{}$

$\angle OPB = \angle \boxed{} = \boxed{}$

$\angle APB = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$



$\angle OPA = \angle \boxed{} = \boxed{}$

$\angle AOP = \boxed{} - 2 \times \boxed{} = \boxed{}$

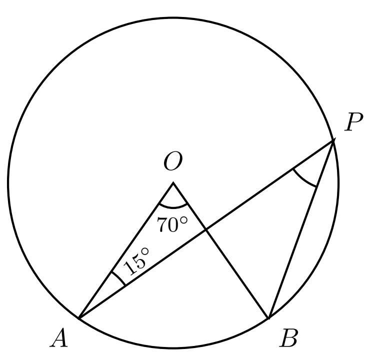
$\angle BOP = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

$\angle OBP = \frac{1}{2} \times (\boxed{} - \boxed{}) = \boxed{}$

$\angle OPB = \angle \boxed{} = \boxed{}$

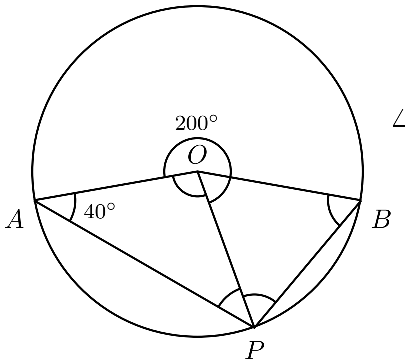
$\angle APB = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

✍ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ആവശ്യമായ വര വരച്ചുചേർത്ത്, $\angle APB$ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക. കണക്കുകൂട്ടലുകൾ ചിത്രത്തിന്റെ വലതുഭാഗത്ത് എഴുതുക



☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം O വൃത്തകേന്ദ്രവും, A, B, P വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്.

✍ ഓരോ ചിത്രത്തിന്റേയും വലതുവശത്തു പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന കോണുകൾ കണക്കാക്കി, ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക

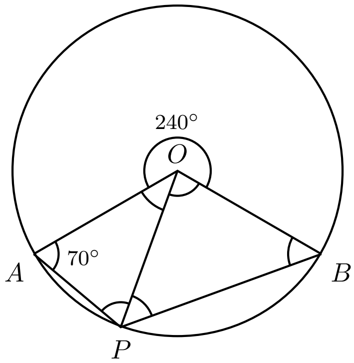


$\angle OPA = \boxed{}$ $\angle AOP = \boxed{}$

$\angle BOP = \boxed{} - (\boxed{} + \boxed{}) = \boxed{}$

$\angle OBP = \boxed{}$ $\angle OPB = \boxed{}$

$\angle APB = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$



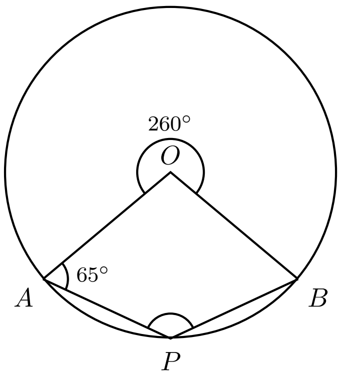
$\angle OPA = \boxed{}$ $\angle AOP = \boxed{}$

$\angle BOP = \boxed{} - (\boxed{} + \boxed{}) = \boxed{}$

$\angle OBP = \boxed{}$ $\angle OPB = \boxed{}$

$\angle APB = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$

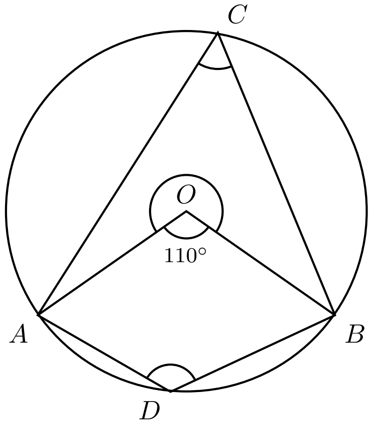
✍ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ആവശ്യമായ വര വരച്ചുചേർത്ത്, $\angle APB$ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക. കണക്കുകൂട്ടലുകൾ ചിത്രത്തിന്റെ വലതുഭാഗത്ത് എഴുതുക

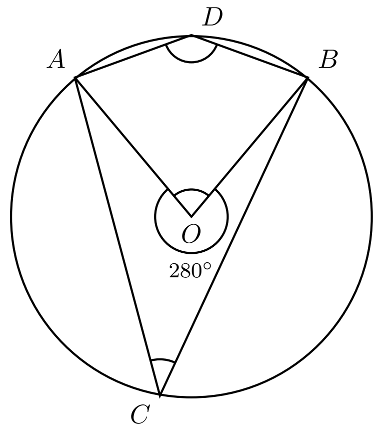


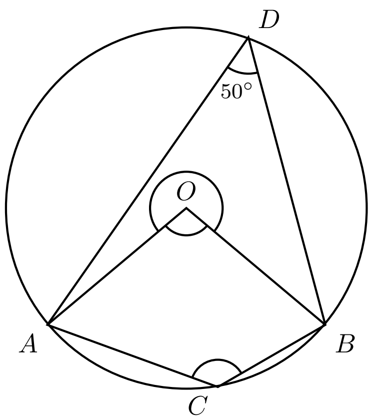
വർക്ക്ഷീറ്റ് 6

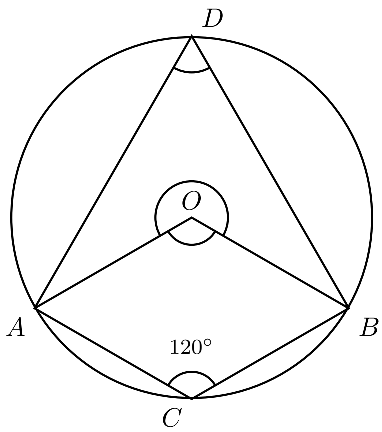
☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം O വൃത്തകേന്ദ്രവും, A, B, C, D വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്.

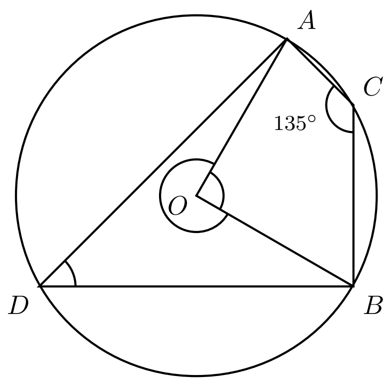
✍ ഓരോ ചിത്രത്തിലും അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന കോണുകൾ കണക്കാക്കി, അതതു സ്ഥാനങ്ങളിൽ എഴുതുക

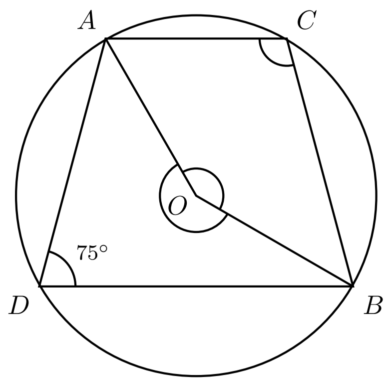






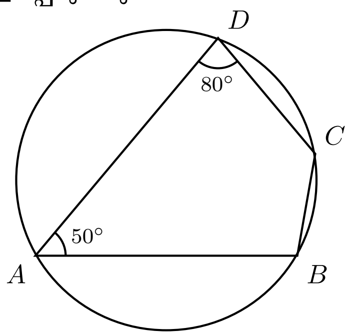






☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽ A, B, C, D വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്

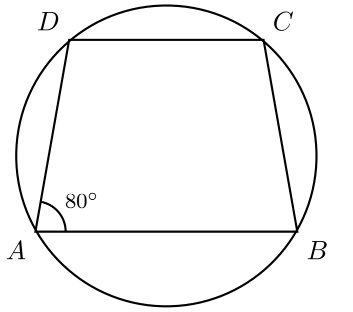
✍ $ABCD$ എന്ന ചതുർഭുജത്തിലെ മറ്റു രണ്ടു കോണുകൾ കണക്കാക്കി അടയാളപ്പെടുത്തുക



$\angle B = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

$\angle C = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

✍ $ABCD$ ഒരു സമപാർശ്വലംബകമാണ്, അതിന്റെ മറ്റു മൂന്നു കോണുകൾ കണക്കാക്കി അടയാളപ്പെടുത്തുക



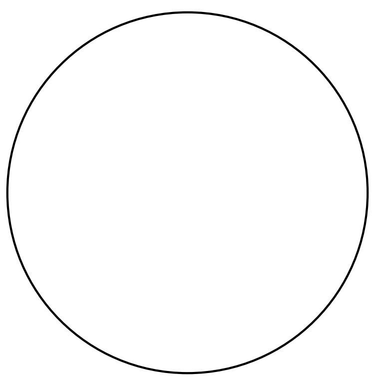
$\angle B = \boxed{} = \boxed{}$

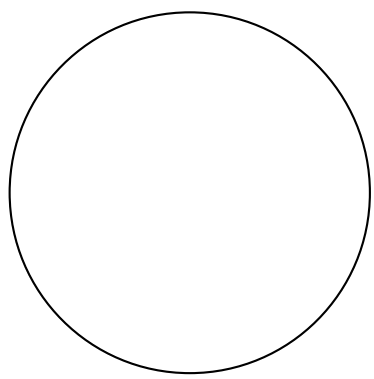
$\angle C = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

$\angle D = \boxed{}$

☞ ചുവടെ രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചിട്ടുണ്ട്

✍ ആദ്യത്തെ വൃത്തത്തിൽ, രണ്ടു കോണുകൾ 60°, 70° ആയ ചതുർഭുജം വരയ്ക്കുക; രണ്ടാമത്തേതിൽ, ഒരു കോൺ 75° ആയ സമപാർശ്വലംബകം വരയ്ക്കുക. മറ്റു കോണുകൾ കണക്കാക്കി അടയാളപ്പെടുത്തുക

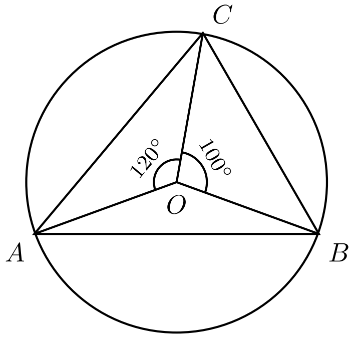




വർക്ക്ഷീറ്റ് 8

☞ ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും A, B, C വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്

✍ ΔABC യുടെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക



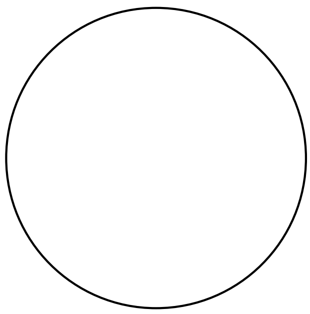
$\angle A = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$

$\angle B = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$

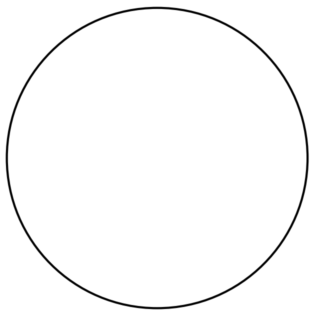
$\angle C = \boxed{} = \boxed{}$

☞ ചുവടെ ചില വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചിട്ടുണ്ട്

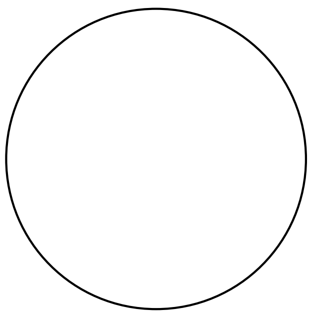
✍ ഓരോന്നിലും, അതിനു ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന തരത്തിൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കണം; മൂലകളെല്ലാം വൃത്തത്തിലായിരിക്കണം



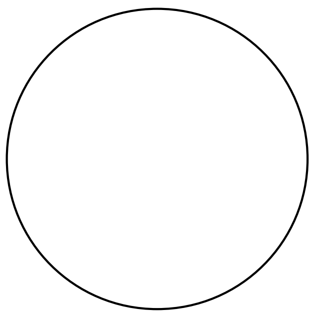
കോണുകൾ 40°, 60°, 80°



രണ്ടു കോണുകൾ 50°



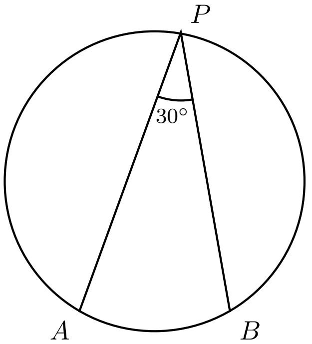
സമഭുജത്രികോണം



സമപാർശ്വമട്ടത്രികോണം

☞ ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ് A, B, P

✍ ചിത്രത്തിന്റെ വലതുഭാഗത്തുള്ള കണക്കുകൂട്ടലുകളിലൂടെ A, B വൃത്തത്തെ ഭാഗിക്കുന്ന ചാപങ്ങൾ വൃത്തത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണെന്നു കണ്ടുപിടിക്കുക



ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ $\square$

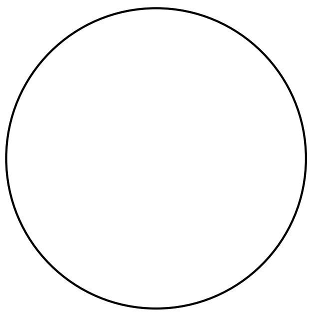
ഇത് 360° യുടെ $\square$ ഭാഗമാണ്

ചെറിയ ചാപം വൃത്തത്തിന്റെ $\square$ ഭാഗമാണ്

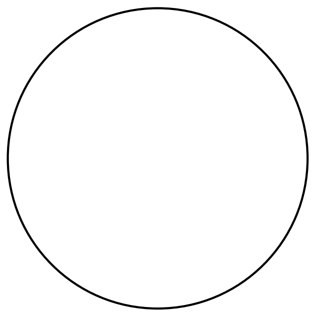
വലിയ ചാപം വൃത്തത്തിന്റെ $\square$ ഭാഗമാണ്

☞ ചുവടെ ചില വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചിട്ടുണ്ട്

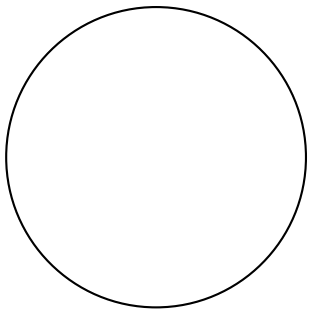
✍ ഓരോന്നിലും രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി, ചിത്രത്തിനു ചുവടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന തരത്തിൽ വൃത്തത്തെ ഭാഗിക്കുക



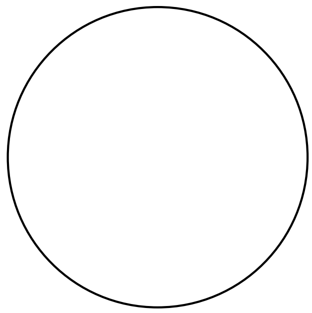
ചെറിയ ചാപം
വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം



വലിയ ചാപം
വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{2}{9}$ ഭാഗം



വലിയ ചാപം
ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ
2 മടങ്ങ്

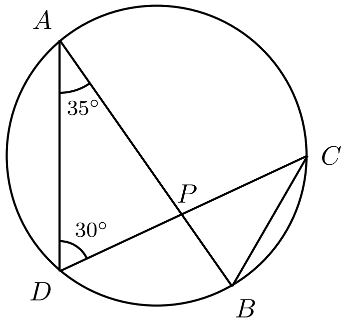


വലിയ ചാപം
ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ
$1\frac{1}{2}$ മടങ്ങ്

വർക്ക്ഷീറ്റ് 10

☞ ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിൽ, AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P ൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു

✍ ΔBPC യുടെ കോണുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക



$\angle PBC = \square = \square$

$\angle PCB = \square = \square$

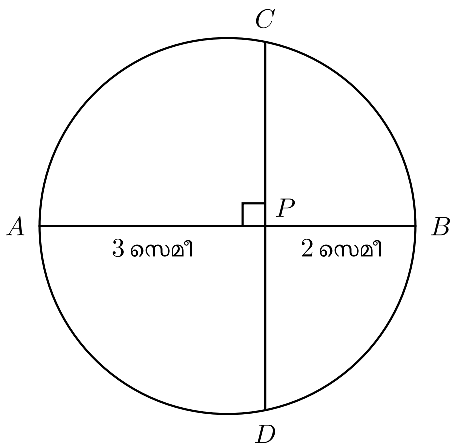
$\angle BPC = \square = \square$

✍ ΔAPD യുടെ കോണുകൾ ΔBPC യുടെ കോണുകൾക്ക് തുല്യമായതിനാൽ, തുല്യമായ കോണുകൾക്കെതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ .... ആണ്

✍ $\dfrac{AP}{\square} = \dfrac{PD}{\square}$

✍ $AP \times PB = \square \times \square$

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും, CD അതിനു ലംബമായ ഞാണുമാണ് CP യുടെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കണം



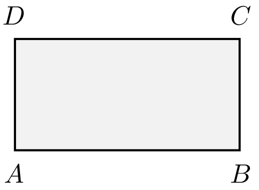
✍ $CP \times PD = \square \times \square = \square \times \square = \square$

✍ AP കേന്ദ്രത്തിൽക്കൂടിയുള്ള ലംബമായതിനാൽ CP, PD ഇവ ....

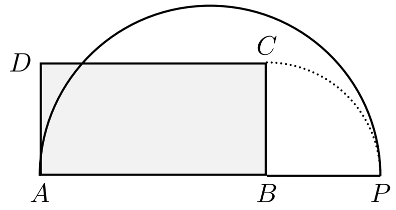
✍ $CP^2 = \square$

✍ $CP = \square$

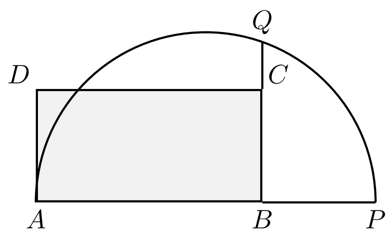
☞ ചുവടേക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ



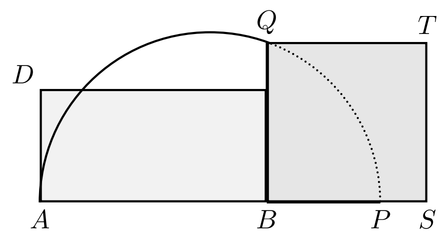
$ABCD$ ഒരു ചതുരമാണ്



$BP = BC$ എന്ന അളവിൽ, AB യെ P യിലേക്കു നീട്ടി, AP വ്യാസമായി അർധവൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു



BC നീട്ടി, അർധവൃത്തത്തെ Q ൽ ഖണ്ഡിക്കുക



BQ ഒരു വശമായി, $BSTQ$ എന്ന സമചതുരം വരയ്ക്കുന്നു

✍ $BP = BC$ ആയതിനാൽ $AB \times BC = \boxed{} \times \boxed{}$

✍ അർധവൃത്തത്തിൽനിന്ന് $AB \times BP = \boxed{}^2$

✍ $ABCD$ എന്ന ചതുരത്തിന്റേയും $BSTQ$ എന്ന സമചതുരത്തിന്റേയും പരപ്പളവുകൾ . . . .

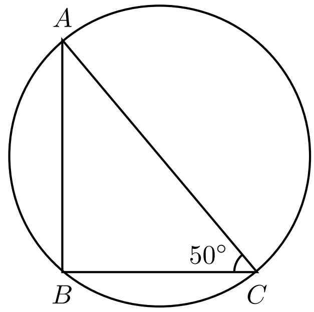
☞ ചുവടെ ഒരു ചതുരം വരച്ചിട്ടുണ്ട്

✍ അതേ പരപ്പളവുള്ള ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കുക

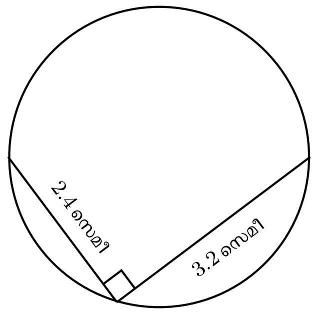
ചോദ്യങ്ങൾ

ഭാഗം 1

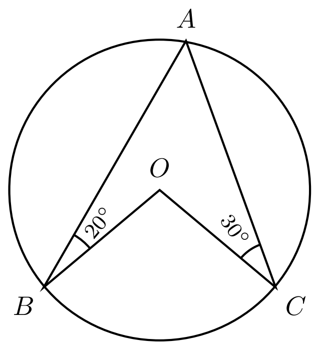
1. ചിത്രത്തിൽ, AC വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും B വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവുമാണ്. ABC എന്ന ത്രികോണത്തിലെ മറ്റു രണ്ടു കോണുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക



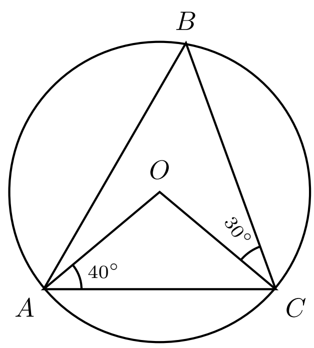
2. ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണ്ടുപിടിക്കുക



3. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും, A, B, C വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്. $\angle A$, $\angle BOC$ ഇവ കണ്ടുപിടിക്കുക



4. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും, A, B, C വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്. ΔABC യിലെ കോണുകളെല്ലാം കണ്ടുപിടിക്കുക

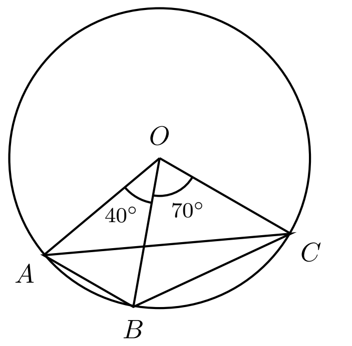


5. ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അളവുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ പരിവൃത്ത ആരം കണ്ടുപിടിക്കുക:

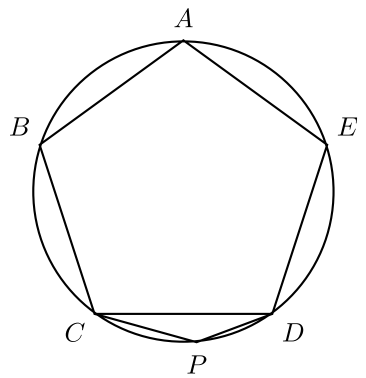
   (a) ഒരു കോൺ $30°$, അതിന്റെ എതിർവശം 3 സെന്റിമീറ്റർ

   (b) ഒരു കോൺ $45°$, അതിന്റെ എതിർവശം 4 സെന്റിമീറ്റർ

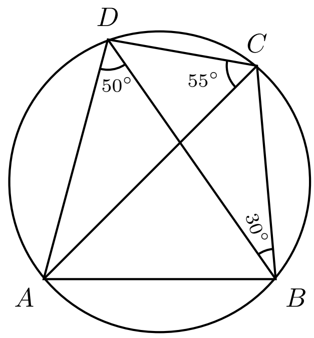
6. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും, A, B, C വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്. ΔABC യിലെ കോണുകളെല്ലാം കണ്ടുപിടിക്കുക



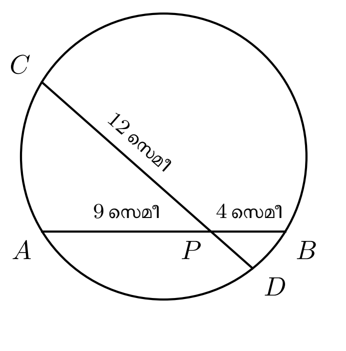
7. ചിത്രത്തിൽ, A, B, C, D, E വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്; $ABCDE$ ഒരു സമപഞ്ചഭുജവുമാണ് P വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് $\angle CPD$ കണക്കാക്കുക



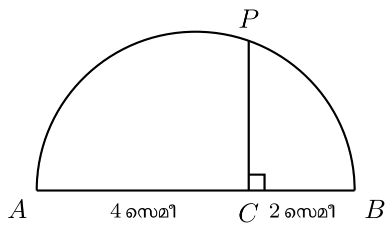
8. ചിത്രത്തിൽ A, B, C, D വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. $\angle ACB$, $\angle BCD$, $\angle BAD$ ഇവ കണക്കാക്കുക; $ABCD$ എന്ന ചതുർഭുജത്തിലെ എല്ലാ കോണുകളും ലണക്കാക്കുക



9. ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിലെ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. PD എത്രയാണ്? ഈ ചിത്രത്തിൽത്തന്നെ P മധ്യബിന്ദുവായി വരയ്ക്കുന്ന ഞാണിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?



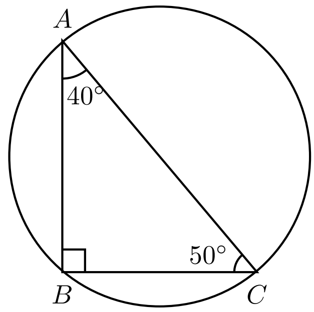
10. ചിത്രത്തിൽ, AB യിലെ ബിന്ദുവാണ് C; അതിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന ലംബം, AB വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തെ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. CP യുടെ നീളം എത്രയാണ്? ഇതേ ചിത്രത്തിൽ $\sqrt{5}$ സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള വര വരയ്ക്കുന്നത് എങ്ങിനെയാണ്?



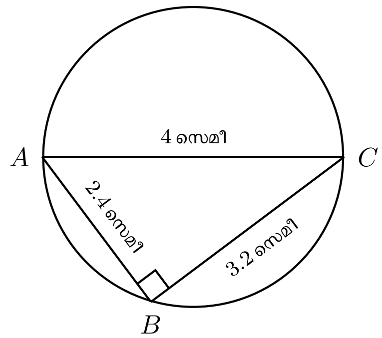
ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 1

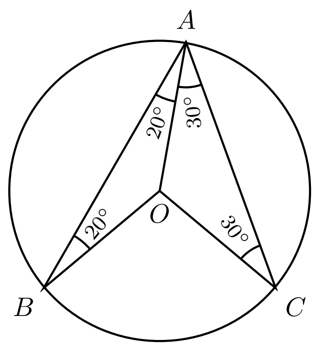
1. AC വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമായതിനാൽ $\angle ABC = 90°$. അതിനാൽ, $\angle CAB = 40°$



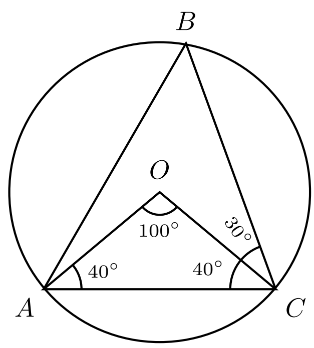
2. $\angle ABC$ മട്ടമായതിനാൽ, AC വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. അതിനാൽ വ്യാസം $\sqrt{2.4^2 + 3.2^2} = 4$ സെമീ; ആരം 2 സെമീ



3. ΔOAB യിൽ $OA = OB$ ആയതിനാൽ, $\angle OAB = \angle OBA = 20°$. ഇതുപോലെ $\angle OAC = \angle OCA = 30°$. അപ്പോൾ $\angle BAC = 50°$ അതിനാൽ, $\angle BOC = 2 \times 50° = 100°$

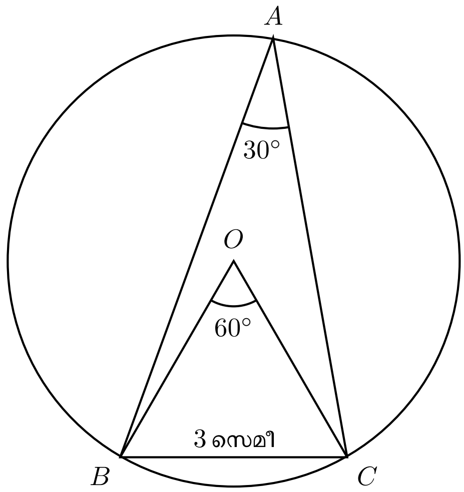


4. ΔAOC യിൽ $OA = OC$ ആയതിനാൽ, $\angle OCA = 40°$. അപ്പോൾ $\angle AOC = 100°$. ഇവയിൽനിന്ന് $\angle ACB = 70°$, $\angle CBA = \frac{1}{2} \times 100° = 50°$. $\angle BAC = 180° - (70° + 50°) = 60°$

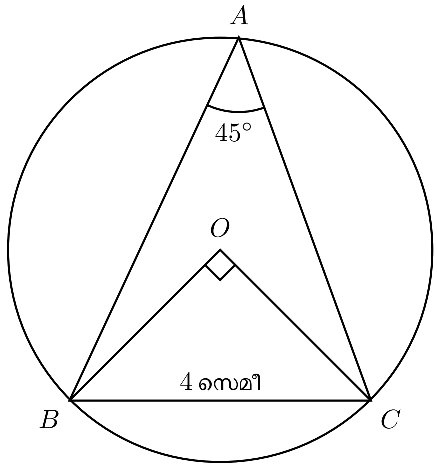


5. (a) ΔABC ൽ $\angle A = 30°$; അതിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം O എന്നെടുത്താൽ, $\angle BOC = 60°$ (ചിത്രം 1) $OB = OC$ ആയതിനാൽ, ΔOBC ലെ മറ്റു രണ്ടു കോണുകളും $60°$ തന്നെ. അപ്പോൾ ആരം $OB = OC = 3$ സെമീ

(b) ΔABC ൽ $\angle A = 45°$; അതിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം O എന്നെടുത്താൽ, $\angle BOC = 90°$ (ചിത്രം 2) OBC എന്ന സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണത്തിൽനിന്ന്, $2 \times OB^2 = BC^2 = 16$; ഇതിൽനിന്ന്, പരിവൃത്ത ആരം $OB = 2\sqrt{2}$ സെമീ

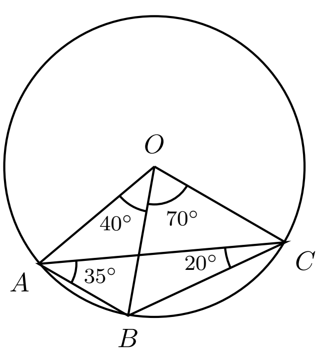


ചിത്രം 1

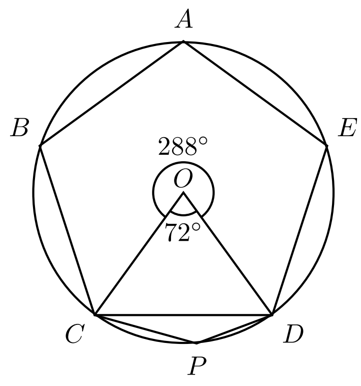


ചിത്രം 2

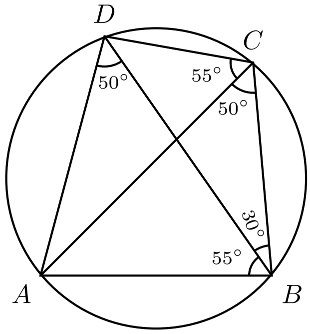
6. A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തെ ഭാഗിക്കുന്ന രണ്ടു ചാപങ്ങളിൽ ചെറുതിന്റെ കേന്ദ്ര കോൺ $\angle AOB = 40°$ അപ്പോൾ ഇതേ ചാപം, മറുചാപത്തിലെ ബിന്ദുവായ C ൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ $\angle ACB = 20°$ ഇതുപോലെ B, C ന്നി ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിച്ചാൽ, $\angle BAC = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$ ഇവയിൽനിന്ന് ΔABC ലെ മൂന്നാമത്തെ കോണായ $\angle ABC = 180° - 55° = 125°$



7. വൃത്തകേന്ദ്രം O എന്നെടുത്താൽ, $\angle COD = \frac{1}{5} \times 360° = 72°$ അപ്പോൾ CAD എന്ന ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ $360° - 72° = 288°$ അതിനാൽ ഈ ചാപം, മറുചാപത്തിലെ P എന്ന ബിന്ദുവിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ $\frac{1}{2} \times 288° = 144°$

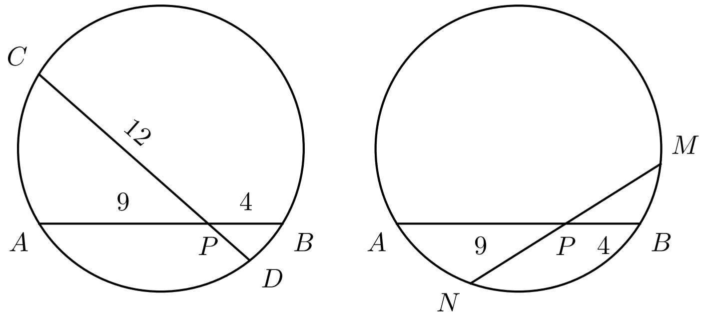


8. AB എന്ന ഞാൺ വൃത്തത്തെ ഭാഗിക്കുന്ന രണ്ടു വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളിൽ ഒരേ ഖണ്ഡത്തിലെ കോണുകളാകയാൽ $\angle ACB = \angle ADB = 50^\circ$ അപ്പോൾ, $\angle BCD = 105^\circ$. ഇതുപോലെ AD എന്ന ഞാൺ പരിഗണിച്ചാൽ, $\angle ABD = \angle ACD = 55^\circ$; അതിനാൽ, $\angle ABC = 30^\circ + 55^\circ = 85^\circ$. $ABCD$ ചക്രീയചതുർഭുജമായതിനാൽ, $\angle DAB = 75^\circ$, $\angle CDA = 95^\circ$



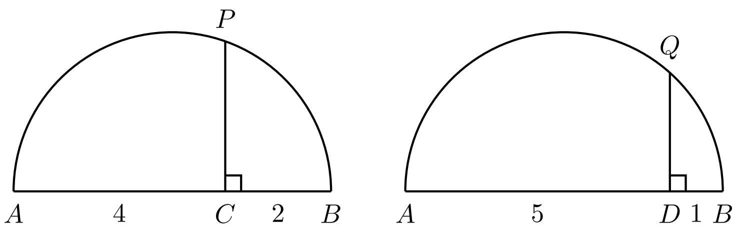
9. $12 \times PD = 9 \times 4$; അപ്പോൾ $PD = 3$ സെമീ

P മധ്യബിന്ദുവായി വരയ്ക്കുന്ന ഞാൺ MN എന്നെടുത്താൽ $MP^2 = 9 \times 4 = 36$; അപ്പോൾ $PM = 6$; ഞാണിന്റെ നീളം 12 സെന്റിമീറ്റർ



10. $CP^2 = 4 \times 2 = 8$ അപ്പോൾ $CP = \sqrt{8}$ സെന്റിമീറ്റർ

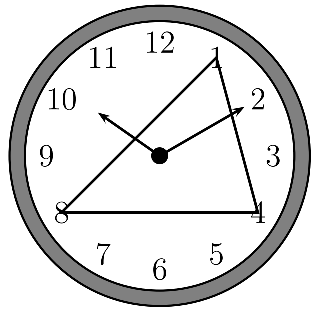
A യിൽനിന്ന് 5 സെന്റിമീറ്റർ അകലെ AB ൽ D എന്ന ബിന്ദു എടുത്ത്, അതിലൂടെ വൃത്തത്തിലേക്ക് DQ എന്ന ലംബം വരച്ചാൽ, $DQ^2 = 5 \times 1 = 5$ അപ്പോൾ $DQ = \sqrt{5}$ സെമീ



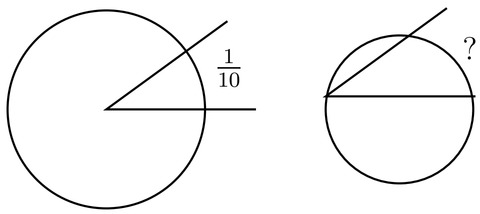
ചോദ്യങ്ങൾ

ഭാഗം 2

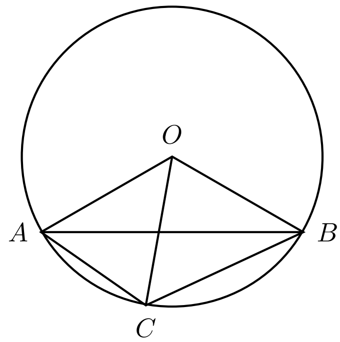
1. ഒരു ക്ലോക്കിലെ $1, 4, 8$ എന്നീ സംഖ്യകൾ യോജിപ്പിച്ച്, ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നു. അതിന്റെ കോണുകളുടെ അളവുകൾ എന്തെല്ലാമാണ്?
ഇതുപോലെ ക്ലോക്കിലെ സംഖ്യകൾ യോജിപ്പിച്ച് എത്ര സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം?



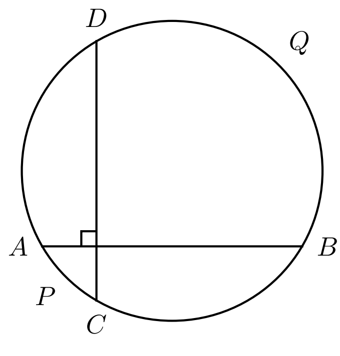
2. ഒരു കമ്പി രണ്ടായി മടക്കി, അതിന്റെ മൂല ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ വച്ചപ്പോൾ, വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{10}$ ഭാഗം അതിനുള്ളിൽപ്പെട്ടു: ഇതേ കമ്പിയുടെ മൂല, ഏതെങ്കിലും വൃത്തത്തിൽ ചേർത്തുവച്ചാൽ, ആ വൃത്തത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് അതിനുള്ളിലുണ്ടാകുക?



3. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും A, B, C വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്. $\angle AOB = 2(\angle ABC + \angle CAB)$ എന്നു തെളിയിക്കുക



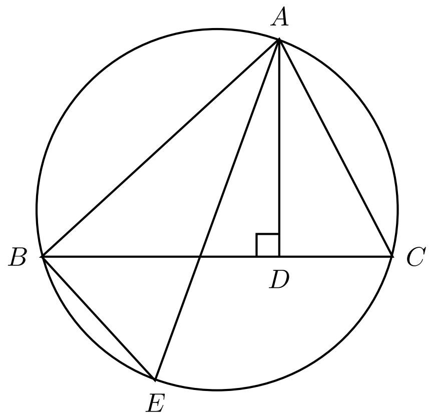
4. ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിൽ, AB, CD ഇവ പരസ്പരം ലംബമായ ചാപങ്ങളാണ് APC, BQD എന്നീ ചാപങ്ങൾ ചേർത്തുവച്ചാൽ, വൃത്തത്തിന്റെ പകുതിയാകും എന്നു തെളിയിക്കുക



5. ചിത്രത്തിലെ ABC എന്ന ത്രികോണത്തിൽ, A യിൽനിന്ന് BC യിലേക്കുള്ള ലംബമാണ് AD; ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തത്തിൽ A യിൽക്കൂടിയുള്ള വ്യാസമാണ് AE.

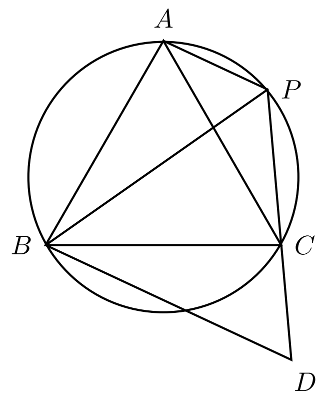
   (a) ΔADC, ΔABE ഇവ സദൃശമാണെന്നു തെളിയിക്കുക

   (b) ഏതു ത്രികോണത്തിന്റേയും പരപ്പളവ്, വശങ്ങളുടെ നീളത്തിന്റെ ഗുണനഫലത്തെ പരിവൃത്തവ്യാസം കൊണ്ടു ഹരിച്ചതിന്റെ പകുതിയാണെന്നു തെളിയിക്കുക

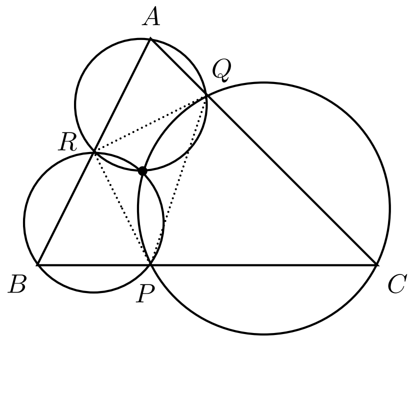


6. വശങ്ങളുടെ നീളം 7 സെമീ, 15 സെമീ, 20 സെമീ ആയ വൃത്തത്തിന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസം കണക്കാക്കുക

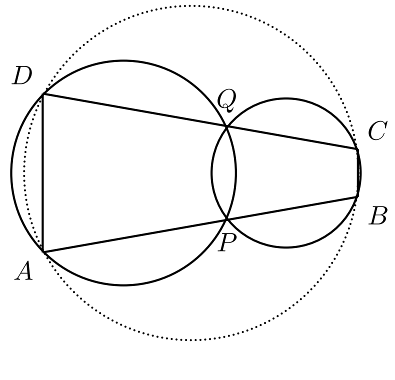
7. ചിത്രത്തിൽ. ABC ഒരു സമഭുജത്രികോണവും, P അതിന്റെ പരിവൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവുമാണ്. $CD = AP$ ആകത്തക്കവിധം PC എന്ന വര D യിലേക്കു നീട്ടിയിരിക്കുന്നു PBD സമഭുജത്രികോണമാണെന്നും, അതിനാൽ $PA + PC = PB$ എന്നും തെളിയിക്കുക



8. ΔABC യിൽ BC, CA, AB എന്നി വശങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q, R. ΔAQR, ΔBRP, ΔCPQ ഇവയുടെ പരിവൃത്തങ്ങൾ ഒരു ബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നുപോകും എന്നു തെളിയിക്കുക



9. ചിത്രത്തിലെ രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q. ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന വരകൾ, വൃത്തങ്ങളെ A, B, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. $ABCD$ ഒരു ചക്രീയചതുർഭുജമാണെങ്കിൽ, അതൊരു സമപാർശ്വലംബകമാണെന്നു തെളിയിക്കുക

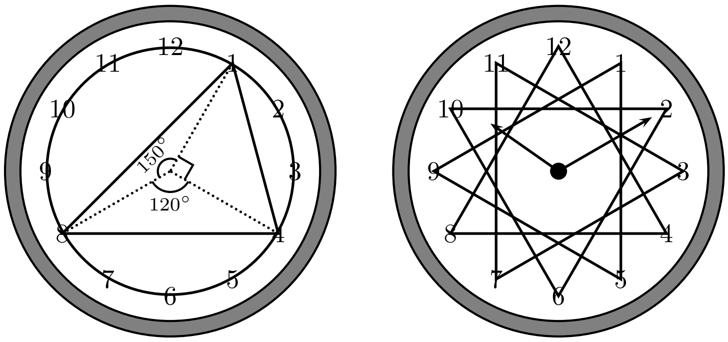


10. ആരം 5 സെന്റിമീറ്റർ ആയ ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് 3 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള ബിന്ദുവാണ് P. വൃത്തത്തിൽ ഈ ബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന ഏതു ഞാൺ XY വരച്ചാലും, $XP \times PY = 16$ എന്നു തെളിയിക്കുക

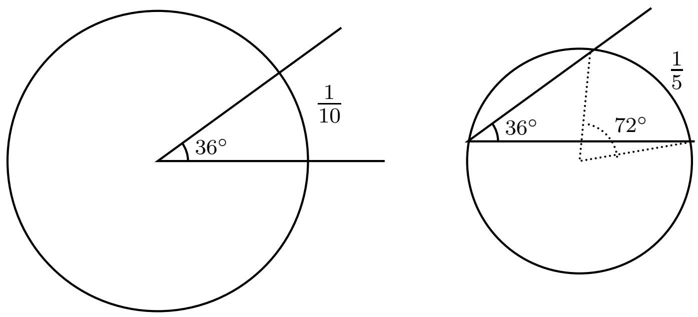
ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 2

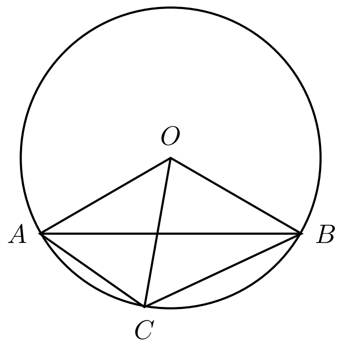
1. ക്ലോക്കിലെ അടുത്തടുത്ത സംഖ്യകൾ $\frac{1}{12} \times 360^\circ = 30^\circ$ അകലത്തിലാണ്. അപ്പോൾ ചിത്രത്തിലേതുപോലെ കേന്ദ്രകോണുകൾ കണ്ടുപിടിക്കാം. ഇതിൽനിന്ന്, ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ $45^\circ, 75^\circ, 60^\circ$
നാലിടവിട്ട സംഖ്യകൾ യോജിപ്പിച്ച്, നാലു സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കാം



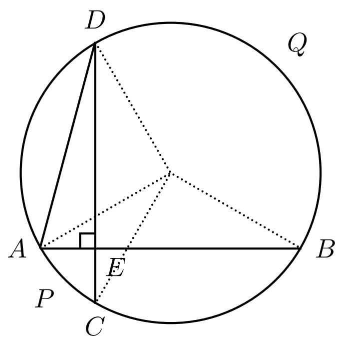
2. ആദ്യത്തെ ചിത്രത്തിൽനിന്ന്, മടക്കിന്റെ കോൺ $\frac{1}{10} \times 360^\circ = 36^\circ$. രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിൽ, ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ $2 \times 36^\circ = 72^\circ$; ചാപം, വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{72}{360} = \frac{1}{5}$ ഭാഗം



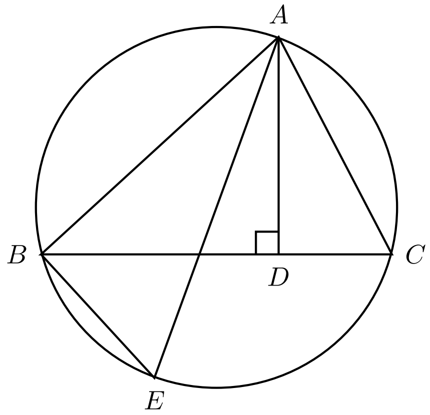
3. A, C ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണും, ഈ ചാപം B യിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണും നോക്കിയാൽ $\angle AOC = 2\angle ABC$; ഇതുപോലെ BC എന്ന ചെറിയ ചാപം പരിഗണിച്ചാൽ $\angle COB = 2\angle CAB$; അപ്പോൾ $\angle AOB = 2(\angle ABC + \angle CAB)$



4. ചിത്രത്തിൽനിന്ന് APC, BQD ഇവയുടെ കേന്ദ്രകോണുകൾ $2\angle ADE$, $2\angle EAD$; ADE മട്ടത്രികോണമായതിനാൽ, ഈ കോണുകളുടെ തുക 90°. കേന്ദ്രകോണുകളുടെ തുക 180°



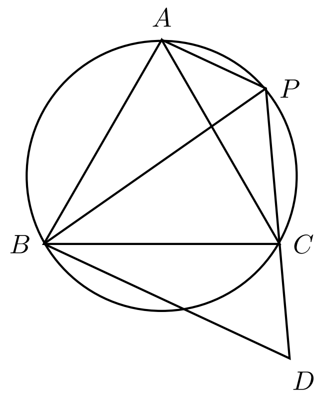
5. (a) AE വ്യാസമായതിനാൽ ABE മട്ടത്രികോണമാണ്; ഒരേ വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണുകളായതിനാൽ $\angle AEB = \angle ACD$ അപ്പോൾ ΔABE ലെ രണ്ടുകോണുകൾ, ΔADC ലെ രണ്ടുകോണുകൾക്ക് തുല്യമാണ്. അതിനാൽ ഈ ത്രികോണങ്ങൾ സദൃശമാണ്.



(b) ΔABC യുടെ പരപ്പളവ്, $\frac{1}{2} \times BC \times AD$; ആദ്യം കണ്ട സദൃശത്രികോണങ്ങളിൽ നിന്ന് $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AC}{AE}$ ഇത് ഉപയോഗിച്ചാൽ, പരപ്പളവ് $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{BC \times CA \times AB}{AE}$

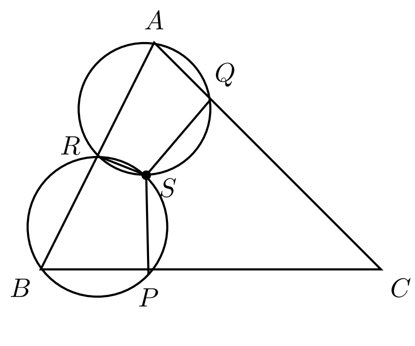
6. ഹെറോണിന്റെ സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\sqrt{21 \times 14 \times 6} = 7 \times 3 \times 2 = 42$ ചസെമീ; തൊട്ടു മുമ്പിലത്തെ കണക്കനുസരിച്ച്, വശങ്ങളുടെ ഗുണനഫലത്തെ ഈ പരപ്പളവുകൊണ്ടു ഹരിച്ച്, പകുതിയെടുത്താൽ പരിവൃത്തവ്യാസം കിട്ടും; അതായത് $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{7 \times 15 \times 20}{42} = 25$ സെമീ

7. $\angle BAC = 60^\circ$ ഒരേ വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണുകളായതിനാൽ $\angle BPC = \angle BAC$ അങ്ങിനെ ΔPBD ലെ ഒരു കോൺ 60° കൂടാതെ, ΔBAP, ΔBCD ഇവയിൽ $BA = BC$, $AP = CD$, $\angle BAP = 180^\circ - \angle BCP = \angle BCD$. അതിനാൽ ഈ ത്രികോണങ്ങൾ സർവസമമാണ്. അപ്പോൾ $BP = BD$; അപ്പോൾ $\angle PBD = \angle BPD$ ഇതിൽനിന്ന് ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളെല്ലാം 60° ആണെന്നു കാണാം. ΔPBD സമഭുജത്രികോണമായതിനാൽ $PD = PB$ അപ്പോൾ,

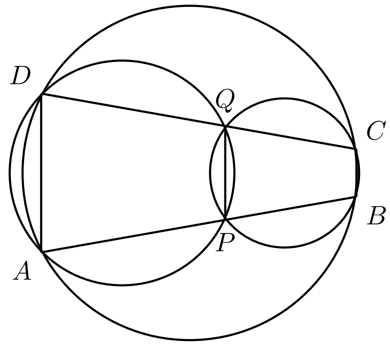


$$PA + PC = CD + PC = PD = PB$$

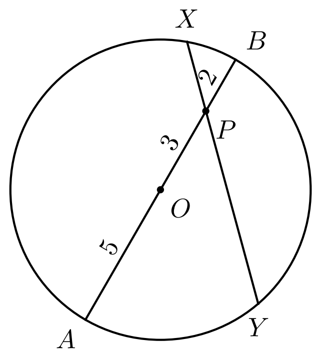
8. ചിത്രത്തിലേതുപോലെ, ചെറിയ രണ്ടു പരിവൃത്തങ്ങൾ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന് S എന്നു പേരിട്ടാൽ, $ARSQ$, $BRSP$ എന്നീ ചക്രീയചതുർഭുജങ്ങളിൽനിന്ന്, $\angle RSQ = 180^\circ - \angle A$, $\angle RSP = 180^\circ - \angle B$. ഇനി S ലെ മൂന്നാമത്തെ കോണായ $\angle PSQ$ കിട്ടാൻ ഈ കോണുകളുടെ തുക 360° ൽനിന്നു കുറച്ചാൽ മതി; അതായത് $\angle PSQ = \angle A + \angle B$ അപ്പോൾ $\angle PSQ + \angle C = \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$. അതിനാൽ ΔCPQ ന്റെ പരിവൃത്തവും S ൽക്കൂടി കടന്നുപോകും



9. $APQD$ ചക്രീയ ചതുർഭുജമായതിനാൽ $\angle A = 180° - \angle PQD = \angle PQC$. $APQD$ ചക്രീയ ചതുർഭുജമായതിനാൽ $\angle PQC = 180° - \angle B$. അപ്പോൾ $\angle A = 180° - \angle B$; അതിനാൽ AD, BC ഇവ സമാന്തരമാണ്. അതായത്, $ABCD$ ലംബകമാണ്.
ഇനി $ABCD$ ചക്രീയചതുർഭുജമാണെങ്കിൽ $\angle D = 180° - \angle B = \angle A$. അപ്പോൾ $ABCD$ സമപാർശ്വലംബകമാണ്.



10. P ൽക്കൂടിയുള്ള വ്യാസം AB എന്നും, P ൽക്കൂടിയുള്ള ഏതെങ്കിലും ഒരു ഞാൺ XY എന്നും എടുത്താൽ $XP \times PY = AP \times PB$. തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച്, $AP \times PB = (5+3) \times 2 = 16$



3 രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

- ചില സംഖ്യകളിൽ നിശ്ചിത മാറ്റങ്ങൾ വരുത്തുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ഫലങ്ങൾ അറിയാമെങ്കിൽ, അതിൽനിന്ന് ആദ്യത്തെ സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാൻ ബീജഗണിത രീതികൾ ഉപയോഗിക്കാം
- അളവുകളെ സംബന്ധിക്കുന്ന ഇത്തരം പ്രശ്നങ്ങൾ, സംഖ്യകളെക്കുറിച്ചുള്ള പ്രശ്നങ്ങളാക്കിയും, തുടർന്ന് ബീജഗണിതവാക്യങ്ങളാക്കിയുമാണ് ഇതു സാധിക്കുന്നത്
- ഇങ്ങിനെ കിട്ടുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ ശരിയാകുന്ന ഒന്നിൽക്കൂടുതൽ സംഖ്യകൾ ഉണ്ടെന്നു വരാം; അവയിൽ സന്ദർഭത്തിനു യോജിച്ചവ മാത്രം എടുക്കണം
- x ഒരു അധിസംഖ്യയാണെങ്കിൽ, അതിന് രണ്ടു വർഗമൂലങ്ങളുണ്ട്; അവയിലെ അധിസംഖ്യയെ $\sqrt{x}$ എന്നും, ന്യൂനസംഖ്യയെ $-\sqrt{x}$ എന്നുമാണ് എഴുതുന്നത്
- $(x+a)^2 = b$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന x കണ്ടുപിടിക്കാൻ, ആദ്യം $x+a = \sqrt{b}$ അല്ലെങ്കിൽ $-\sqrt{b}$ എന്നെഴുതി, തുടർന്ന് $x = -a+\sqrt{b}$ അല്ലെങ്കിൽ $-a-\sqrt{b}$ എന്നെഴുതാം
- $x^2 + 2ax$ എന്ന ബീജഗണിതവാചകത്തെ $(x+a)^2$ ആക്കാൻ a^2 കൂട്ടിയാൽ മതി
- $x^2 + 2ax = b$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന x കണ്ടുപിടിക്കാൻ, ആദ്യം ഇരുവശത്തും a^2 കൂട്ടി $(x+a)^2 = b + a^2$ എന്ന രൂപത്തിലാക്കണം
- $x^2 + ax$ എന്ന ബീജഗണിതവാചകത്തിനോട് $\left(\frac{1}{2}a\right)^2$ കൂട്ടിയാൽ $\left(x+\frac{1}{2}a\right)^2$ എന്നാകും
- $x^2 + ax = b$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന x കണ്ടുപിടിക്കാൻ, ആദ്യം ഇരുവശത്തും $\left(\frac{1}{2}a\right)^2$ കൂട്ടി $\left(x+\frac{1}{2}a\right)^2 = b + \left(\frac{1}{2}a\right)^2$ എന്ന രൂപത്തിലാക്കണം
- $ax^2 + bx = c$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന x കണ്ടുപിടിക്കാൻ, ആദ്യം ഇരുവശത്തും a കൊണ്ടു ഹരിച്ച് $x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{c}{a}$ എന്ന രൂപത്തിലാക്കണം
- മുകളിൽപ്പറഞ്ഞ സമവാക്യങ്ങളെയെല്ലാം $ax^2 + bx + c = 0$ എന്ന രൂപത്തിലാക്കാം. ഇതു ശരിയാകാൻ $x = \frac{1}{2a}(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})$ എന്നെടുത്താൽ മതി
- $ax^2 + bx + c = 0$ എന്ന സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന സംഖ്യകളുണ്ടോ എന്നറിയാൻ $b^2 - 4ac$ എന്ന സംഖ്യ ഉപയോഗിക്കാം
  - (i) $b^2 - 4ac > 0$ ആണെങ്കിൽ, സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന രണ്ടു സംഖ്യകളുണ്ട്
  - (ii) $b^2 - 4ac = 0$ ആണെങ്കിൽ, സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന ഒരു സംഖ്യയേയുള്ളു

(iii) $b^2 - 4ac < 0$ ആണെങ്കിൽ, സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന സംഖ്യകളൊന്നും ഇല്ല

$b^2 - 4ac$ എന്ന സംഖ്യയെ, $ax^2 + bx + c = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ *വിവേചകം* എന്നു പറയുന്നു

3. രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

☞ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 1 മീറ്റർ കൂടുതലാണ്; അതിന്റെ ചുറ്റളവ് 30 മീറ്ററാണ്. നീളവും വീതിയും എത്രയാണ്?

- ✍ വീതി കണ്ടുപിടിച്ചുകഴിഞ്ഞാൽ, നീളം അറിയാൻ അതിനോട് . . . കൂട്ടിയാൽ മതി
- ✍ വീതിയും നീളവും കൂട്ടിയതിന്റെ . . . മടങ്ങാണ്, ചുറ്റളവ്. അത് . . . . . . ആണെന്നു തന്നിട്ടുണ്ട്

☞ പ്രശ്നത്തെ ഇങ്ങിനെ മാറ്റിയെഴുതാം

- ✍ ഒരു സംഖ്യയും, അതിനോട് . . . കൂട്ടിയതും തമ്മിൽ കൂട്ടി, തുകയുടെ . . . മടങ്ങെടുത്താൽ . . . . . . കിട്ടും

☞ ഈ സംഖ്യ (വീതി) x എന്നെടുത്താൽ, പ്രശ്നത്തെ എങ്ങിനെ എഴുതാം?

- ✍ $\boxed{}(x + (\boxed{} + \boxed{})) = \boxed{}$
- ✍ $x + (x + 1) = \boxed{} \div \boxed{}$
- ✍ $2x + 1 = \boxed{}$

☞ പ്രശ്നത്തിന്റെ സമവാക്യം എന്താണ്?

- ✍ $\boxed{}x + \boxed{} = \boxed{}$

☞ ഇതു ശരിയാകുന്ന x എന്ന സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കണം

- ✍ $2x$ എന്ന സംഖ്യയോട് . . . കൂട്ടിയപ്പോൾ . . . . . . കിട്ടി
- ✍ $2x$ എന്ന സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കാൻ . . . . . . ൽനിന്ന് . . . കുറയ്ക്കണം

$$2x = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$$

- ✍ x എന്ന സംഖ്യയുടെ . . . മടങ്ങ് . . . . . . ആണ്.
- ✍ x എന്ന സംഖ്യ കിട്ടാൻ . . . . . . നെ . . . കൊണ്ടു ഹരിക്കണം

$$x = \boxed{} \div \boxed{} = \boxed{}$$

☞ x എന്ന സംഖ്യ, ചതുരത്തിന്റെ വീതിയാണല്ലോ

- ✍ ചതുരത്തിന്റെ വീതി $\boxed{}$ മീറ്റർ
- ✍ ചതുരത്തിന്റെ നീളം $\boxed{}$ മീറ്റർ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 1

3. രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

☞ ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം 6 മീറ്റർ കൂടിയപ്പോൾ, ചുറ്റളവ് 64 മീറ്ററായി. ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്രയായിരുന്നു?

✍ ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിനോട് ... കൂട്ടിയതാണ് പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം

✍ സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, വശത്തിന്റെ നീളത്തിന്റെ ... മടങ്ങാണ്

✍ പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് ...... ആണെന്നു തന്നിട്ടുണ്ട്

☞ പ്രശ്നത്തെ ഇങ്ങിനെ മാറ്റിയെഴുതാം

✍ ഒരു സംഖ്യയോട് ... കൂട്ടി, അതിന്റെ ... മടങ്ങെടുത്താൽ ...... കിട്ടും

☞ ഈ സംഖ്യ (ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ നീളം) x എന്നെടുത്താൽ, പ്രശ്നത്തെ എങ്ങിനെ എഴുതാം?

✍ $\boxed{}(\boxed{} + \boxed{}) = \boxed{}$

✍ $4(x+6) = \boxed{} + \boxed{}$

☞ പ്രശ്നത്തിന്റെ സമവാക്യം എന്താണ്?

✍ $\boxed{}x + \boxed{} = \boxed{}$

☞ ഇതു ശരിയാകുന്ന x എന്ന സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കണം

✍ $4x$ എന്ന സംഖ്യയോട് ...... കൂട്ടിയപ്പോൾ ...... കിട്ടി

✍ $4x$ എന്ന സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കാൻ ...... ൽനിന്ന് ...... കുറയ്ക്കണം

$$4x = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$$

✍ x എന്ന സംഖ്യയുടെ ... മടങ്ങ് ...... ആണ്.

✍ x എന്ന സംഖ്യ കിട്ടാൻ ...... നെ ... കൊണ്ടു ഹരിക്കണം

$$x = \boxed{} \div \boxed{} = \boxed{}$$

☞ x എന്ന സംഖ്യ, ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളമാണല്ലോ

✍ ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം $\boxed{}$ മീറ്റർ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

3. രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

☞ ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം 6 മീറ്റർ കൂടിയപ്പോൾ, പരപ്പളവ് 64 മീറ്ററായി. ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്രയായിരുന്നു?

✍ ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിനോട് ... കൂട്ടിയതാണ് പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം

✍ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, വശത്തിന്റെ നീളത്തിന്റെ ... ആണ്

✍ പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ...... ആണെന്നു തന്നിട്ടുണ്ട്

☞ പ്രശ്നത്തെ ഇങ്ങിനെ മാറ്റിയെഴുതാം

✍ ഒരു സംഖ്യയോട് ... കൂട്ടി, അതിന്റെ .... എടുത്താൽ, ... കിട്ടും

☞ ഈ സംഖ്യ (ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ നീളം) x എന്നെടുത്താൽ, പ്രശ്നത്തെ എങ്ങിനെ എഴുതാം?

✍ $(\boxed{} + \boxed{})^2 = \boxed{}$

☞ പ്രശ്നത്തിന്റെ സമവാക്യം എന്താണ്?

✍ $(\boxed{} + \boxed{})^{\boxed{}} = \boxed{}$

☞ ഇതു ശരിയാകുന്ന x എന്ന സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കണം

✍ $x + 6$ എന്ന സംഖ്യയുടെ ...... എടുത്തപ്പോൾ ...... കിട്ടി

✍ $x + 6$ എന്ന സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കാൻ ...... ന്റെ .... കണ്ടുപിടിക്കണം

$$x + 6 = \sqrt{\boxed{}} = \boxed{}$$

✍ x എന്ന സംഖ്യയോട് ... കൂട്ടിയപ്പോൾ ... കിട്ടി

✍ x എന്ന സംഖ്യ കിട്ടാൻ ... ൽ നിന്ന് ... കുറയ്ക്കണം

$$x = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$$

☞ x എന്ന സംഖ്യ, ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളമാണല്ലോ

✍ ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം $\boxed{}$ മീറ്റർ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

☞ കുസൃതിക്കാരനായ രവി ചോദിച്ചു:

ഞാൻ ഒരു സംഖ്യ വിചാരിച്ചിട്ടുണ്ട്. അതിൽനിന്ന് 10 കുറച്ച്, വർഗമെടുത്താൽ 4 കിട്ടും. സംഖ്യ എന്താണ്?

☞ രാധ ആലോചിച്ചത് ഇങ്ങിനെ

✍ സംഖ്യയിൽനിന്ന് 10 കുറച്ചതിന്റെ വർഗം $\square$

✍ അപ്പോൾ, സംഖ്യയിൽനിന്ന് 10 കുറച്ചത് $\square$

✍ സംഖ്യ $\square + \square = \square$

☞ 12 അല്ല, രവി പറഞ്ഞു. അതെങ്ങിനെ?

☞ 2 അല്ലാതെ മറ്റേതെങ്കിലും സംഖ്യയുടെ വർഗം 4 ആകുമോ?

✍ $\square$ ന്റെയും വർഗം 4 ആണല്ലോ.

✍ രവി വിചാരിച്ച സംഖ്യയിൽനിന്ന് 10 കുറച്ചപ്പോൾ കിട്ടിയത് $\square$

✍ വിചാരിച്ച സംഖ്യ $\square - \square = \square$

✍ 8 ൽനിന്ന് 10 കുറച്ച്, വർഗമെടുത്താൽ എന്തു കിട്ടും? $\square$

☞ "2 അല്ലെങ്കിൽ -2" എന്നതിനെ ചുരുക്കി $\square$ എന്നെഴുതാം

☞ ഈ കണക്ക് ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ എഴുതുന്നതെങ്ങിനെ?

✍ സംഖ്യ x എന്നെടുത്താൽ, അതിൽനിന്ന് 10 കുറച്ചത് $\square - \square$

✍ ഇതിന്റെ വർഗം $(\square - \square)^2$

✍ പ്രശ്നത്തിന്റെ സമവാക്യം $(\square - \square)^2 = \square$

✍ ഇതിൽനിന്ന് $\square - \square = \pm \square$

✍ അപ്പോൾ $x = \square \pm \square = \square$ അല്ലെങ്കിൽ $\square$

☞ ഈ കണക്ക് മനസിൽ ചെയ്യാമോ എന്നു നോക്കൂ:

ഏതൊക്കെ സംഖ്യകളിൽനിന്ന് 5 കുറച്ച് വർഗമെടുത്താലാണ് 9 കിട്ടുക?

✍ $\square$, $\square$

☞ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ പൂരിപ്പിക്കുക

✍ $x^2 + 2x + \boxed{} = (x+1)^2$

✍ $x^2 + 4x + \boxed{} = (x+ \boxed{})^2$

✍ $x^2 + 6x + \boxed{} = (x+ \boxed{})^2$

✍ $x^2 + 8x + \boxed{} = (x+ \boxed{})^2$

✍ $x^2 - 2x + \boxed{} = (x-1)^2$

✍ $x^2 - 4x + \boxed{} = (x- \boxed{})^2$

✍ $x^2 - 6x + \boxed{} = (x- \boxed{})^2$

✍ $x^2 - 8x + \boxed{} = (x- \boxed{})^2$

✍ $x^2 + x + \boxed{} = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

✍ $x^2 + 3x + \boxed{} = \left(x+\frac{3}{2}\right)^2$

✍ $x^2 + 5x + \boxed{} = \left(x+\boxed{}\right)^2$

✍ $x^2 - x + \boxed{} = \left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

✍ $x^2 - 3x + \boxed{} = \left(x-\boxed{}\right)^2$

✍ $x^2 - 5x + \boxed{} = \left(x-\boxed{}\right)^2$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 5

ഈ കണക്കു നോക്കുക:

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 6 മീറ്റർ കൂടുതലാണ്; അതിന്റെ പരപ്പളവ് 40 ചതുരശ്രമീറ്ററാണ്. ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എത്രയാണ് ?

- ചതുരത്തിന്റെ വീതി x മീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, നീളം $\square + \square$
- ചതുരത്തിന്റെ വീതി $\square$, നീളം $\square + \square$ ആയതിനാൽ, പരപ്പളവ്

$$\square(\square + \square) = \square + \square$$

- പരപ്പളവ് $\square$ ആണെന്നു തന്നിട്ടുണ്ട്
- അപ്പോൾ പ്രശ്നത്തിന്റെ സമവാക്യം

$$x^2 + \square x = \square$$

- $x^2 + 6x$ നോട് $\square$ കൂട്ടിയാൽ $(x + \square)^2$ ആകും
- മുകളിലെ സമവാക്യത്തിന്റെ ഇരു വശവും $\square$ കൂട്ടിയാൽ

$$(x + \square)^2 = \square + \square$$

- ഇതിൽനിന്ന്

$$x + \square = \pm \square$$

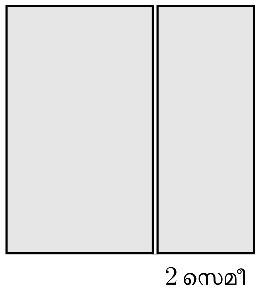
- അപ്പോൾ

$$x = -\square \pm \square$$

- അതായത് $x = \square$ അല്ലെങ്കിൽ $x = \square$
- x ഒരു നീളത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യ ആയതിനാൽ x .... അല്ല
- ചതുരത്തിന്റെ നീളം $\square$ മീറ്റർ
- വീതി $\square$ മീറ്റർ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 6

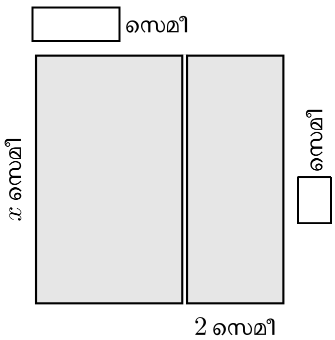
☞ ഒരു സമചതുരത്തിൽനിന്ന് ചുവടെകാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ 2 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുള്ള ഒരു ചതുരം വെട്ടിമാറ്റുന്നു



മിച്ചമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 15 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്. ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്രയാണ്?

☞ ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം x സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുക്കാം

✍ ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന നീളങ്ങൾ എഴുതുക



✍ ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\boxed{\quad}$

✍ മുറിച്ചുമാറ്റിയ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\boxed{\quad}$

✍ മിച്ചമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\boxed{\quad}$

✍ പ്രശ്നത്തിന്റെ സമവാക്യം $x^2 - \boxed{\quad}x = \boxed{\quad}$

✍ ഇരുവശത്തും $\boxed{\quad}$ കൂട്ടിയാൽ സമവാക്യം $(\boxed{\quad} - \boxed{\quad})^2 = \boxed{\quad}$

✍ ഇതിൽനിന്ന് $x - 1 = \pm\boxed{\quad}$

✍ $x = 1 \pm \boxed{\quad}$

✍ $x = \boxed{\quad}$ അല്ലെങ്കിൽ $\boxed{\quad}$

✍ ഇവിടെ x .... സംഖ്യ അല്ലാത്തതിനാൽ $x = \boxed{\quad}$

✍ ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം $\boxed{\quad}$ സെമീ

3. രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

☞ 6, 8, 10, ... എന്നിങ്ങിനെ തുടരുന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ എത്ര പദങ്ങൾ കൂട്ടിയാലാണ് 150 കിട്ടുക?

✍ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം $\boxed{}$

✍ ശ്രേണിയിലെ n-ാം പദം $\boxed{}n + \boxed{}$

✍ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക

$$\tfrac{1}{2}n\big(6 + (\boxed{}n + \boxed{})\big) = n(\boxed{} + \boxed{}) = n^2 + \boxed{}n$$

✍ തുക $\boxed{}$ ആകണം; അപ്പോൾ പ്രശ്നത്തിന്റെ സമവാക്യം

$$n^2 + \boxed{}n = \boxed{}$$

✍ $n^2 + 5n$ നോട് $\boxed{}^2$ കൂട്ടിയാൽ $\left(n + \boxed{}\right)^2$ കിട്ടും

(വർക്ക്ഷീറ്റ് 5 നോക്കുക)

✍ ഇരു വശത്തും $\boxed{}$ കൂട്ടിയാൽ, പ്രശ്നത്തിന്റെ സമവാക്യം

$$\left(n + \boxed{}\right)^2 = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$

✍ ഇതിൽനിന്ന്

$$n + \boxed{} = \pm\boxed{}$$
$$n = -\boxed{} \pm \boxed{}$$

✍ n .... സംഖ്യ അല്ലാത്തതിനാൽ $n = \boxed{}$

✍ 6, 8, 10, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ $\boxed{}$ സംഖ്യകൾ കൂട്ടിയാൽ 150 കിട്ടും

വർക്ക്ഷീറ്റ് 8

☞ $4, 10, 16, \ldots$ എന്നിങ്ങിനെ തുടരുന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ എത്ര പദങ്ങൾ കൂട്ടിയാലാണ് 200 കിട്ടുക?

- ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം $\boxed{}$
- ശ്രേണിയിലെ n-ാം പദം $\boxed{}n - \boxed{}$
- ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക

$$\tfrac{1}{2}n\big(4 + (\boxed{}n - \boxed{})\big) = n(\boxed{} + \boxed{}) = \boxed{}n^2 + n$$

- തുക $\boxed{}$ ആകണം; അപ്പോൾ പ്രശ്നത്തിന്റെ സമവാക്യം

$$\boxed{}n^2 + \boxed{} = \boxed{}$$

- $ax^2 + bx + c = 0$ എന്ന സമവാക്യം ശരിയാകാൻ

$$x = \boxed{}$$

  എന്നെടുക്കണം

- നമ്മുടെ സമവാക്യത്തെ ഈ രൂപത്തിലെഴുതാം:

$$\boxed{}n^2 + \boxed{} - \boxed{} = 0$$

- ഇതിൽ

$$a = \boxed{} \quad b = \boxed{} \quad c = \boxed{}$$

- അപ്പോൾ

$$n = \boxed{} = \boxed{}$$

- $2401 = 7 \times \boxed{} = 7 \times 7 \times \boxed{}$
- $\sqrt{2401} = \boxed{}$
- അപ്പോൾ $n = \boxed{}$
- n ന്യൂനസംഖ്യ അല്ലാത്തതിനാൽ $n = \boxed{} = \boxed{}$
- ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ $\boxed{}$ സംഖ്യകൾ കൂട്ടിയാൽ 200 കിട്ടും

വർക്ക്ഷീറ്റ് 9

3. രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

☞ ചുറ്റളവ് 30 മീറ്ററും, പരപ്പളവ് 55 ചതുരശ്രമീറ്ററുമായ ഒരു ചതുരം നിർമിക്കാൻ കഴിയുമോ?

✍ ചുറ്റളവ് 30 മീറ്ററായ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളത്തിന്റേയും വീതിയുടേയും തുക $\frac{1}{2} \times \boxed{} = \boxed{}$

✍ നീളം x മീറ്റർ എടുത്താൽ, വീതി എത്ര മീറ്ററാണ്? $\boxed{} - \boxed{}$

✍ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രമീറ്ററാണ്?

$$\boxed{}(\boxed{} - \boxed{}) = \boxed{}x - \boxed{}x^2$$

✍ പരപ്പളവ് 55 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആകണം എന്നതിന്റെ ബീജഗണിതരൂപം

$$\boxed{}x - \boxed{}x^2 = \boxed{}$$

✍ $ax^2 + bx + c = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരമുണ്ടെങ്കിൽ a, b, c ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

$$\boxed{}$$

✍ ചതുരപ്രശ്നത്തിലെ സമവാക്യത്തെ ഈ രൂപത്തിലെഴുതിയാൽ

$$\boxed{}x^2 - \boxed{}x + \boxed{} = 0$$

✍ ഇതിൽ

$$a = \boxed{} \quad b = \boxed{} \quad c = \boxed{}$$
$$b^2 - 4ac = \boxed{}$$

✍ വിവേചകം ... സംഖ്യയായതിനാൽ, സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരം ഉണ്ട്/ഇല്ല

✍ പ്രശ്നത്തിൽ പറഞ്ഞ അളവുകളിൽ ചതുരം ഉണ്ടാക്കാൻ കഴിയും/കഴിയില്ല

☞ മുകളിലെ ക്രിയകളിൽ വേണ്ട മാറ്റം വരുത്തി, ചുവടെയുള്ള കണക്ക് മനസിൽ ചെയ്യാമോ?

✍ ചുറ്റളവ് 30 മീറ്ററും, പരപ്പളവ് 60 ചതുരശ്രമീറ്ററുമായ ഒരു ചതുരം നിർമിക്കാൻ കഴിയുമോ?...........

വർക്ക്ഷീറ്റ് 10

ചോദ്യങ്ങൾ

ഭാഗം 1

1. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം 6 സെന്റിമീറ്റർ വീതം കുറച്ചു ചെറുതാക്കിയപ്പോൾ, പരപ്പളവ് 400 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററായി. ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എന്തായിരുന്നു ?

2. ഒന്നിടവിട്ട രണ്ടു പൂർണസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 323 ആണ്. സംഖ്യകൾ എന്തൊക്കെയാണ് ?

3. ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ 600 രൂപയ്ക്ക് മാമ്പഴവും 600 രൂപയ്ക്ക് ആപ്പിളും വാങ്ങി. ഒരു കിലോഗ്രം ആപ്പിളിന് ഒരു കിലോ മാമ്പഴത്തേക്കാൾ 6 രൂപ കൂടുതലായതിനാൽ, മാമ്പഴത്തെക്കാൾ 5 കിലോഗ്രാം കുറവാണ് ആപ്പിൾ കിട്ടിയത്.

   (a) ഒരു കിലോഗ്രാം മാമ്പഴത്തിന്റെ വില എത്രയാണ് ?

   (b) ഒരു കിലോഗ്രാം ആപ്പിളിന്റെ വിലയോ ?

   (c) ഓരോന്നും എത്ര കിലോഗ്രാമാണ് വാങ്ങിയത് ?

4. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങിൽനിന്ന് ഒരു സെന്റിമീറ്റർ കുറച്ചതാണ് അതിനു ലംബമായ വശം; രണ്ടു മടങ്ങിനോട് ഒരു സെന്റിമീറ്റർ കൂട്ടിയതാണ് കർണം. വശങ്ങളുടെ നീളം എന്തൊക്കെയാണ് ?

5. ചുറ്റളവ് 200 മീറ്ററും, പരപ്പളവ് 2400 ചതുരശ്രമീറ്ററുമായ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എന്താണ് ?

6. 1 മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ എണ്ണൽസംഖ്യകൾ എത്ര വരെ കൂട്ടിയാലാണ് 300 കിട്ടുക ?

7. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 42 മീറ്ററും, അതിന്റെ വികർണം 15 മീറ്ററുമാണ്. അതിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എന്താണ് ?

8. ഒരു അധിസംഖ്യയിൽനിന്ന് അതിന്റെ വ്യുൽക്രമം കുറച്ചപ്പോൾ $1\frac{1}{2}$ കിട്ടി. സംഖ്യ എന്താണ് ?

9. ഒരു സംഖ്യയുടേയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റേയും തുക $1\frac{1}{2}$ ആകുമോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

10. $2x - x^2$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ x ആയി ഏതെങ്കിലും സംഖ്യ എടുത്താൽ 2 കിട്ടുമോ? $\frac{1}{2}$ ആയാലോ ?

ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 1

1. $400 = 20^2$ ആയതിനാൽ,പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 20 സെന്റിമീറ്റർ എന്നും, അതിനാൽ ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 26 സെന്റിമീറ്റർ എന്നും മനക്കണക്കായി കണ്ടുപിടിക്കാം

2. സഖ്യകളെ x, $x + 2$ എന്നെടുത്താൽ, $x(x + 2) = 323$. വർഗം തികച്ച് എഴുതിയാൽ $(x + 1)^2 = 324$; ഇതിൽനിന്ന് $x = -1 \pm 18 = 17$, സംഖ്യകൾ 17, 19 അല്ലെങ്കിൽ -17, -19

3. ഒരു കിലോഗ്രാം മാമ്പഴത്തിന്റെ വില x രൂപ എന്നെടുത്താൽ, ഒരു കിലോഗ്രാം ആപ്പിളിന്റെ വില $x + 6$ രൂപ; 600 രൂപയ്ക്ക് $\frac{600}{x}$ കിലോ മാമ്പഴവും, $\frac{600}{x+6}$ കിലോ അപ്പിളും കിട്ടും. മാമ്പഴം 5 കിലോഗ്രാം കൂടുതൽ കിട്ടി എന്നതിനെ

$$\frac{600}{x} - \frac{600}{x+6} = 5$$

എന്നെഴുതാം. ഇതു ലഘൂകരിച്ചാൽ $x^2 + 6x = 720$; വർഗം തികച്ചെഴുതിയാൽ $(x + 3)^2 = 729 = 27^2$; ഇതിൽനിന്ന് $x = 24$. അപ്പോൾ ഒരു കിലോഗ്രാം മാമ്പഴത്തിന്റെ വില 24 രൂപ, അപ്പിളിന്റെ വില 30 രൂപ, മാമ്പഴം 25 കിലോഗ്രാം, ആപ്പിൾ 20 കിലോഗ്രാം എന്നെല്ലാം കിട്ടും

4. ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തിന്റെ നീളം x സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, അതിനു ലംബമായ വശത്തിന്റെ നീളം $2x - 1$ സെന്റിമീറ്റർ, കർണത്തിന്റെ നീളം $2x + 1$ സെന്റിമീറ്റർ. പൈഥഗോറസ് സിദ്ധാന്തം അനുസരിച്ച്

$$x^2 + (2x - 1)^2 = (2x + 1)^2$$

ഇതു ലഘൂകരിച്ചാൽ

$$x(x - 8) = 0$$

ഗുണനഫലം പൂജ്യമാണെങ്കിൽ, ഏതെങ്കിലും ഒരു ഘടകം പൂജ്യമാകണം. x പൂജ്യമല്ലാത്തതിനാൽ $x = 8$; വശങ്ങളുടെ നീളം 8 സെന്റിമീറ്റർ, 15 സെന്റിമീറ്റർ, 17 സെന്റിമീറ്റർ

5. ചുറ്റളവ് 200 മീറ്റർ ആയതിനാൽ, ചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം x മീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, മറ്റേ വശത്തിന്റെ നീളം $100 - x$ മീറ്റർ; പരപ്പളവ് $x(100 - x) = 100x - x^2$ ചതുരശ്രമീറ്റർ. തന്നിട്ടുള്ള വിവരമനുസരിച്ച്

$$100x - x^2 = 2400$$

ഇതിനെ

$$x^2 - 100x = -2400$$

എന്നെഴുതി, വർഗം തികച്ചാൽ

$$(x - 50)^2 = 100 = 10^2$$

ഇതിൽനിന്ന് $x = 60$ അല്ലെങ്കിൽ $x = 40$ ഏതായാലും, ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 60 മീറ്റർ, 40 മീറ്റർ

6. തുടർച്ചയായ n എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക $\frac{1}{2}n(n+1)$ ഇത് 300 ആകണമെങ്കിൽ

$$n^2 + n = 600$$

ഇതിനെ

$$n^2 + n - 600 = 0$$

എന്നെഴുതിയാൽ,

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2400}}{2} = \frac{-1 \pm 49}{2}$$

ഇവിടെ n അധിസംഖ്യയായതിനാൽ $n = 24$

7. ചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം x മീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ മറ്റേ വശത്തിന്റെ നീളം $21-x$; അപ്പോൾ തന്നിട്ടുള്ള വിവരം

$$x^2 + (21 - x)^2 = 15^2$$

ഇതു ലഘൂകരിച്ചാൽ

$$x^2 - 21x + 108 = 0$$

ഇതു ശരിയാകണമെങ്കിൽ

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 432}}{2} = \frac{21 \pm 3}{2} = 12 \text{ അല്ലെങ്കിൽ } 9$$

ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 12 മീറ്റർ, 9 മീറ്റർ

8. സംഖ്യ x എന്നെടുത്താൽ

$$x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

ഇതു ലഘൂകരിച്ചാൽ

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

ഇതു ശരിയാകണമെങ്കിൽ

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} = 2 \text{ അല്ലെങ്കിൽ } -\frac{1}{2}$$

നമുക്കു വേണ്ടത് അധിസംഖ്യയായതിനാൽ 2 മാത്രമാണ് ഉത്തരം

9. ഏതെങ്കിലും സംഖ്യ x എടുത്താൽ

$$x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

ശരിയാകുമോ എന്നതാണു പ്രശ്നം, ഈ സമവാക്യത്തെ ലഘൂകരിച്ചാൽ

$$2x^2 - 3x + 2 = 0$$

ഇതിന്റെ വിവേചകം $9 - 16 = -7$; ഇതു ന്യൂനസംഖ്യ ആയതിനാൽ, ഈ സമവാക്യത്തിനു പരിഹാരമില്ല. അതായത്, ഒരു സംഖ്യയുടേയും, അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റേയും തുക $1\frac{1}{2}$ ആകില്ല

10. $2x - x^2 = 2$ ആകണമെങ്കിൽ $x^2 - 2x + 2 = 0$ ആകണം. ഈ സമവാക്യത്തിന്റെ വിവേചകം $4 - 8 = -4 < 0$; അതിനാൽ, x ഏതു സംഖ്യ എടുത്താലും $2x - x^2 \neq 2$

ഇനി $2x - x^2 = \frac{1}{2}$ ആകണമെങ്കിൽ $2x^2 - 4x + 1 = 0$. ഈ സമവാക്യത്തിന്റെ വിവേചകം $16 - 8 = 8 > 0$; അതിനാൽ ഇതിനു (രണ്ടു) പരിഹാരമുണ്ട്. അതായത് $2x - x^2 = 2$ ആകുന്ന x ഉണ്ട്

ചോദ്യങ്ങൾ

ഭാഗം 2

1. ഒരേ സ്ഥലത്തുനിന്ന്, ഒരേ സമയത്ത് രണ്ടുപേർ നടക്കാൻ തുടങ്ങുന്നു; ഒരാൾ വടക്കോട്ടും, മറ്റെയാൾ കിഴക്കോട്ടും. ഓരോ മിനിറ്റിലും, കിഴക്കോട്ടു നടക്കുന്ന ആൾ 10 മീറ്റർ കൂടുതൽ നടക്കും. 3 മിനിറ്റു കഴിഞ്ഞപ്പോൾ ഇവർ തമ്മിലുള്ള അകലം 150 മീറ്ററായി. ഓരോരുത്തരും എത്ര മീറ്റർ നടന്നു ?

2. നിശ്ചിത ചുറ്റളവും പരപ്പളവുമുള്ള ചതുരം നിർമിക്കാനുള്ള പ്രശ്നത്തെ സമവാക്യമാക്കിയപ്പോൾ, ചുറ്റളവ് 42 എന്നതിനു പകരം, 24 എന്നു തെറ്റായി എഴുതിപ്പോയി. ചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 10 എന്നു കിട്ടുകയും ചെയ്തു. പ്രശ്നത്തിലെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ് ? ശരിയായ പ്രശ്നത്തിലെ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്രയാണ് ?

3. ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം പകർത്തിയെഴുതിയപ്പോൾ, x ഇല്ലാത്ത സംഖ്യ -24 നു പകരം 24 എന്നെഴുതിപ്പോയി. ഉത്തരം കിട്ടിയത് $4, 6$. ശരിയായ പ്രശ്നത്തിന്റെ ഉത്തരം എന്തൊക്കെയാണ് ?

4. x ആയി ഏതുസംഖ്യ എടുത്താലും, $x^2 - 2x + 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ നിന്നു കിട്ടുന്ന സംഖ്യ 5 നേക്കാൾ കുറയില്ല എന്നു തെളിയിക്കുക. ഏതു സംഖ്യ x ആയെടുത്താലാണ് 5 തന്നെ കിട്ടുക ?

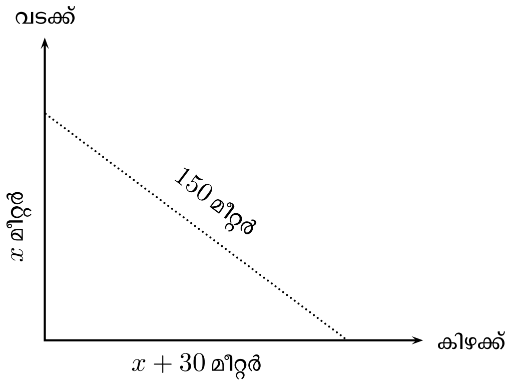
5. 20 മീറ്റർ നീളമുള്ള കയറുകൊണ്ട് നിലത്ത് ഒരു ചതുരമുണ്ടാക്കണം; ചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം ഒരു മതിലും:

ചതുരത്തിന് പരമാവധി പരപ്പളവുണ്ടാകാൻ, അതിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്രയായി എടുക്കണം ?

ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 2

1. വടക്കോട്ടു പോയ ആൾ, 3 മിനുറ്റു കഴിഞ്ഞപ്പോൾ നടന്ന ദൂരം x മീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, കിഴക്കോട്ടു പോയ ആൾ $x + 30$ മീറ്റർ നടന്നിട്ടുണ്ടാകും



ചിത്രത്തിൽനിന്ന്

$$x^2 + (x + 30)^2 = 150^2$$

ഇതു ലഘൂകരിച്ചാൽ

$$x^2 + 30x = 10800$$

വർഗം തികച്ചെഴുതിയാൽ

$$(x + 15)^2 = 11025 = 105^2$$

ഇതിൽനിന്ന് $x = 90$. വടക്കോട്ടു പോയ ആൾ 90 മീറ്ററും, കിഴക്കോട്ടു പോയ ആൾ 120 മീറ്ററും നടന്നു

2. തെറ്റായെഴുതിയ പ്രശ്നത്തിൽ, ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 24 മീറ്ററും, ഒരു വശം 10 മീറ്ററും ആയതിനാൽ, മറ്റേ വശം 2 മീറ്റർ; പരപ്പളവ് 20 ചതുരശ്രമീറ്റർ.

   അപ്പോൾ ശരിയായ പ്രശ്നത്തിൽ, ചുറ്റളവ് 42 മീറ്റർ, പരപ്പളവ് 20 ചതുരശ്രമീറ്റർ; ഇതിന്റെ ഒരു വശം x എടുത്താൽ, പ്രശ്നത്തിന്റെ സമവാക്യം $x(21 - x) = 20$. അതായത്,

$$x^2 - 21x + 20 = 0$$

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 80}}{2} = \frac{21 \pm 19}{2}$$

   ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 20 മീറ്റർ, 1 മീറ്റർ

3. തെറ്റായെഴുതിയ സമവാക്യം $ax^2 + bx + 24 = 0$ എന്നെടുക്കാം. ഉത്തരങ്ങൾ 4, 6 ആയതിനാൽ

$$16a + 4b + 24 = 0$$

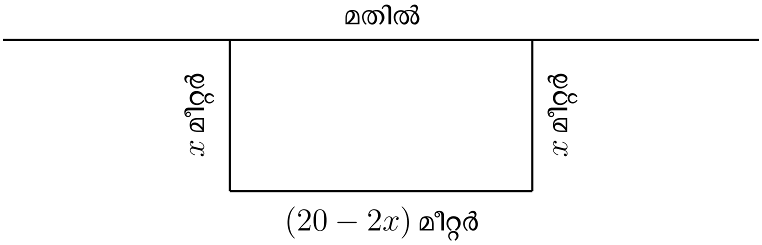
$$36a + 6b + 24 = 0$$

   ഇതിൽനിന്ന് $a = 1, b = -10$ അപ്പോൾ, ശരിയായ സമവാക്യം $x^2 - 10x - 24 = 0$ ഇതിന്റെ പരിഹാരം 12, -2

4. $x^2 - 2x + 6 = (x-1)^2 + 5$; ഇതിൽ x ഏതു സംഖ്യയായാലും, $(x-1)^2 \geq 0$. അതിനാൽ $x^2 - 2x + 6 \geq 5$

   $x = 1$ എന്നെടുത്താൽ, $(x-1)^2 = 0$ ആകും; $x^2 - 2x + 6 = 5$ എന്നും കിട്ടും

5. ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിലേതുപോലെ, ചതുരത്തിന്റെ ഇടതും വലതുമുള്ള വശങ്ങളുടെ നീളം x മീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, പരപ്പളവ് $x(20-2x)$ ചതുരശ്രമീറ്റർ



$$x(20-2x) = 2(10x - x^2) = 2\big(25 - (x-5)^2\big)$$

$(x-5)^2 \geq 0$ ആയതിനാൽ, $25 - (x-5)^2 \leq 25$ ആണ്. അപ്പോൾ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതു പോലെ എങ്ങിനെ ചതുരമുണ്ടാക്കിയാലും, പരപ്പളവ്, 50 ചതുരശ്രമീറ്ററിൽ കൂടില്ല; അതായത്, പരമാവധി പരപ്പളവ് 50 ചതുരശ്രമീറ്റർ; ഇതു കിട്ടാൻ വശങ്ങളുടെ നീളം 10 മീറ്റർ, 5 മീറ്റർ

4 ത്രികോണമിതി

അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

- ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു വശങ്ങളുടേയും നീളം, മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളത്തിനു തുല്യമാണെങ്കിൽ, ആദ്യത്തെ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു കോണുകളും രണ്ടാമത്തെ ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾക്കു തുല്യമാണ്; അതായത്, ഒരു ത്രികോണത്തിലെ വശങ്ങളുടെ നീളം, അതിലെ കോണുകളെ നിശ്ചയിക്കുന്നു

- ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു കോണുകളും, മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾക്കു തുല്യമാണെങ്കിൽ, ആദ്യത്തെ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളുടെ നീളം തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം, രണ്ടാമത്തെ ത്രികോണത്തിലെ വശങ്ങളുടെ നീളം തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധത്തിനു തുല്യമാണ്; അതായത്, ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ, അതിലെ വശങ്ങളുടെ നീളം തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം നിശ്ചയിക്കുന്നു

- ഉദാഹരണമായി

  ⋆ കോണുകൾ $45°$, $45°$, $90°$ ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റേയും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $1 : 1 : \sqrt{2}$ ആണ്

  ⋆ കോണുകൾ $30°$, $60°$, $90°$ ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റേയും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $1 : \sqrt{3} : 2$ ആണ്

- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ മട്ടമല്ലാത്ത ഒരു കോൺ, മറ്റൊരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ ഒരു കോണിനോട് തുല്യമാണെങ്കിൽ, ആദ്യത്തെ ത്രികോണത്തിലെ എല്ലാ കോണുകളും രണ്ടാമത്തെ ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾക്കു തുല്യമാണ്; അതിനാൽ ആദ്യത്തെ ത്രികോണത്തിലെ വശങ്ങളുടെ നീളം തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം, രണ്ടാമത്തെ ത്രികോണത്തിലെ വശങ്ങളുടെ നീളം തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധത്തിനു തുല്യമാണ്

- ഒരു നിശ്ചിത കോൺ ഉൾപ്പെടുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം, ഈ കോണിന്റെ എതിർവശത്തിനെ കർണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യയാണ്; ഇതിനെ ഈ കോണിന്റെ സൈൻ (sine) എന്നു പറയുകയും $\sin$ എന്നു ചുരുക്കി എഴുതുകയും ചെയ്യുന്നു

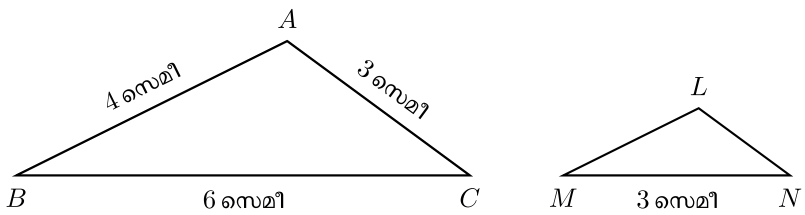
- ഒരു നിശ്ചിത കോൺ ഉൾപ്പെടുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം, ഈ കോണിന്റെ സമീപവശത്തിനെ (ഈ കോൺ ഉൾകൊള്ളുന്ന ചെറിയ വശം) കർണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യയാണ്; ഇതിനെ ഈ കോണിന്റെ കോസൈൻ (cosine) എന്നു പറയുകയും $\cos$ എന്നു ചുരുക്കി എഴുതുകയും ചെയ്യുന്നു

- ഒരു നിശ്ചിത കോൺ ഉൾപ്പെടുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം, ഈ കോണിന്റെ എതിർവശത്തിനെ സമീപവശംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യയാണ്; ഇതിനെ ഈ കോണിന്റെ ടാൻജെന്റ് (tangent) എന്നു പറയുകയും $\tan$ എന്നു ചുരുക്കി എഴുതുകയും ചെയ്യുന്നു

- സാധാരണ നോട്ടത്തിന്റെ പാതയും, മുകളിലേക്കുള്ള നോട്ടത്തിന്റെ പാതയും തമ്മിലുള്ള കോണിനെ മേൽക്കോൺ എന്നു പറയുന്നു
- സാധാരണ നോട്ടത്തിന്റെ പാതയും, താഴേക്കുള്ള നോട്ടത്തിന്റെ പാതയും തമ്മിലുള്ള കോണിനെ കീഴ്ക്കോൺ എന്നു പറയുന്നു

4. ത്രികോണമിതി

☞ ചുവടെയുള്ള രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളുടേയും കോണുകൾ തുല്യമാണ്



✍ ΔABC ലെ വശങ്ങളുടെ നീളം തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം

$\boxed{} : \boxed{} : \boxed{}$

✍ ΔLMN ലെ വശങ്ങളുടെ നീളം തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം

$\boxed{} : \boxed{} : \boxed{}$

✍ ΔABC ൽ, ഏറ്റവും വലിയ വശത്തിന്റെ $\boxed{}$ ഭാഗമാണ് ഏറ്റവും ചെറിയ വശം

✍ ΔLMN ൽ, ഏറ്റവും വലിയ വശത്തിന്റെ $\boxed{}$ ഭാഗമായിരിക്കണം ഏറ്റവും ചെറിയ വശം

✍ $LN = \boxed{} \times MN = \boxed{}$ സെമീ

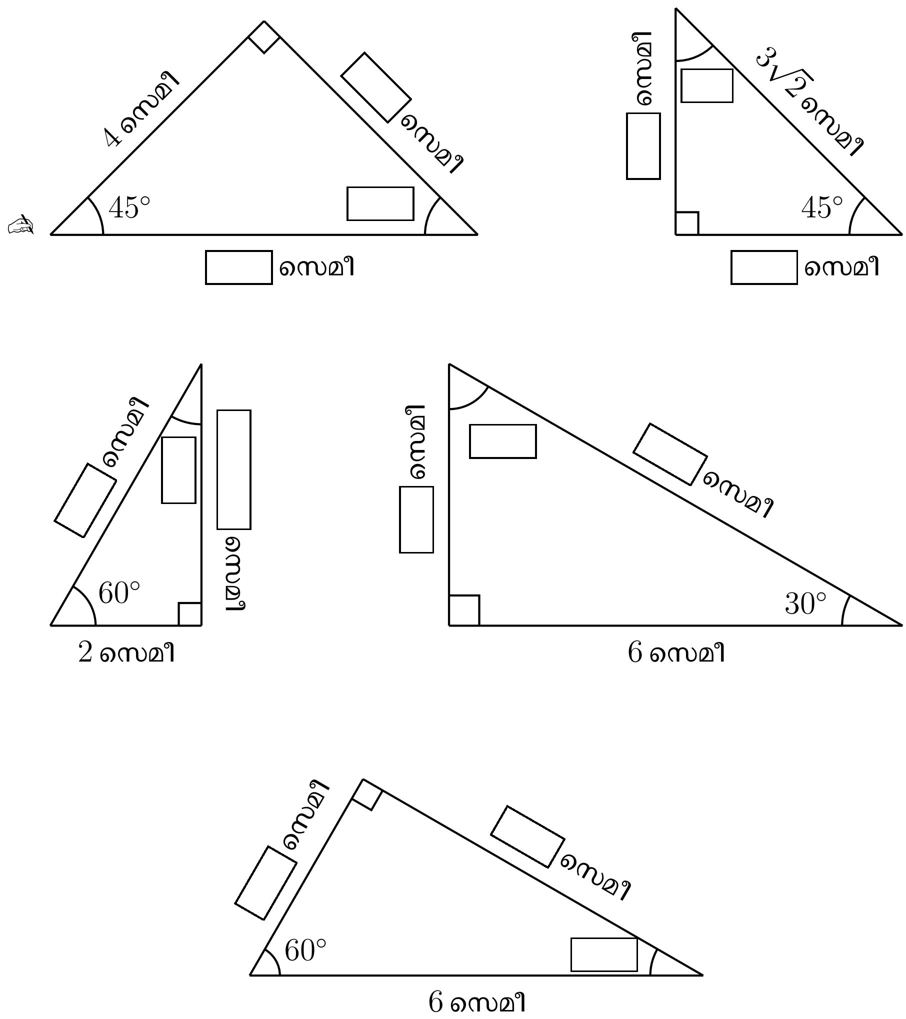
✍ ΔABC ൽ, ഏറ്റവും വലിയ വശത്തിന്റെ $\boxed{}$ ഭാഗമാണ് മൂന്നാമത്തെ വശം

✍ ΔLMN ൽ, ഏറ്റവും വലിയ വശത്തിന്റെ $\boxed{}$ ഭാഗമായിരിക്കണം മൂന്നാമത്തെ വശം?

✍ $LM = \boxed{} \times MN = \boxed{}$ സെമീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 1

- ചുവടെയുള്ള ത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം, വശങ്ങളുട് നീളവും, കോണുകളുടെ അളവും എഴുതുക



- ഒരു സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണം 8 സെന്റിമീറ്റർ

  അതിന്റെ മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളം ☐ സെമീ

- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ ഒരു കോൺ $60°$, അതിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ വശം 6 സെന്റിമീറ്റർ

  അതിന്റെ കർണം ☐ സെമീ

4. ത്രികോണമിതി

✍ $AB = 6$ സെമീ, $\angle B = 30^\circ$, $AC = 4$ സെമീ എന്നീ അളവുകളിൽ ΔABC വരയ്ക്കുക

✍ സർവസമമല്ലാത്ത എത്ര ത്രികോണം വരയ്ക്കാം? $\boxed{}$

✍ മുകളിലെ ചോദ്യത്തിൽ, $AC = 3$ സെമീ എന്നെടുത്തു വരച്ചുനോക്കൂ:

✍ സർവസമമല്ലാത്ത എത്ര ത്രികോണം വരയ്ക്കാം? $\boxed{}$

✍ ഈ വരച്ചത് ഒരു .... ത്രികോണമാണ്

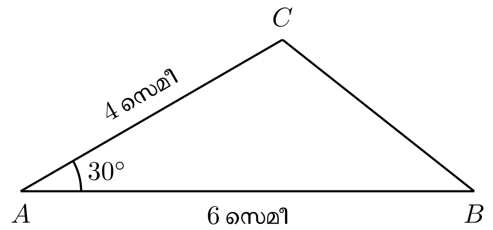
✍ A ൽ നിന്ന് BC ലേക്കുള്ള ലംബദൂരം $\boxed{}$ സെമീ

✍ മുകളിലെ ചോദ്യത്തിൽ, $AC = 2$ സെമീ എന്നെടുത്തു വരച്ചുനോക്കൂ:

✍ എന്തുകൊണ്ടാണ് ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ സാധിക്കാത്തത്?

വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

☞ ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കണം



✍ ചിത്രത്തിൽ C ൽക്കൂടി AB യ്ക്കു ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക

✍ പരപ്പളവ് $\frac{1}{2} \times \boxed{} \times \boxed{}$

☞ CD യുടെ നീളം എങ്ങിനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

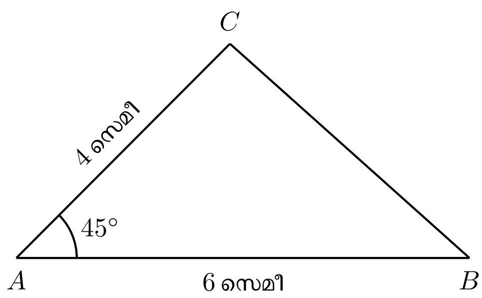
✍ CAD എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽ $\angle CAD = \boxed{}$

✍ ഇതിന്റെ കർണം $AC = \boxed{}$ സെമീ

✍ ഏറ്റവും ചെറിയ വശം $CD = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$ സെമീ

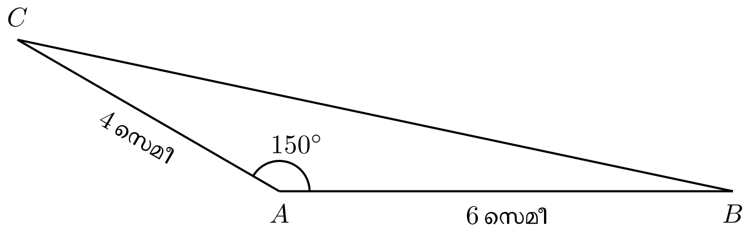
✍ ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് $\frac{1}{2} \times \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$

☞ ഇതുപോലെ ചുവടെയുള്ള ത്രികോണത്തിൽ ആവശ്യമുള്ള വര വരച്ച്, പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക; ക്രിയകൾ ചിത്രത്തിന്റെ വലതുവശത്ത് എഴുതുക



വർക്ക്ഷീറ്റ് 4

☞ ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കണം



✍ ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന വര പുറകോട്ട് നീട്ടി വരയ്ക്കുക

✍ C ൽക്കൂടി ഈ നീട്ടിയ വരയ്ക്കു ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക

✍ പരപ്പളവ് $\frac{1}{2} \times \boxed{} \times \boxed{}$

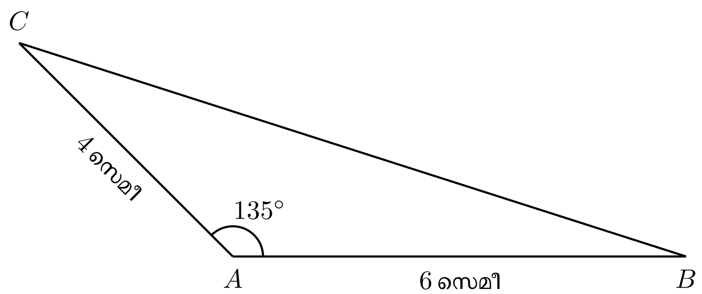
✍ CAD എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽ $\angle CAD = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

✍ ഇതിന്റെ കർണം $AC = \boxed{}$ സെമീ

✍ $CD = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$ സെമീ

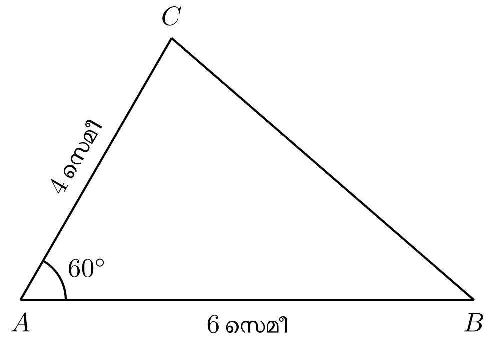
✍ ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് $\frac{1}{2} \times \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$

☞ ഇതുപോലെ ചുവടെയുള്ള ത്രികോണത്തിൽ ആവശ്യമുള്ള വര വരച്ച്, പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക; ക്രിയകൾ ചിത്രത്തിന്റെ വലതുവശത്ത് എഴുതുക



വർക്ക്ഷീറ്റ് 5

☞ ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിലെ BC എന്ന വശത്തിന്റെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കണം



✍ ചിത്രത്തിൽ C ൽക്കൂടി AB യ്ക്കു ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക

✍ CDB എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽനിന്ന് $BC^2 = \square^2 + \square^2$

☞ CD, DB എങ്ങിനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

✍ CAD എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽ, $\angle CAD = \square$

✍ ഇതിന്റെ കർണം $AC = \square$ സെമീ

✍ $CD = \square \times \square = \square$ സെമീ

$AD = \square \times \square = \square$ സെമീ

✍ $DB = \square - \square = \square$ സെമീ

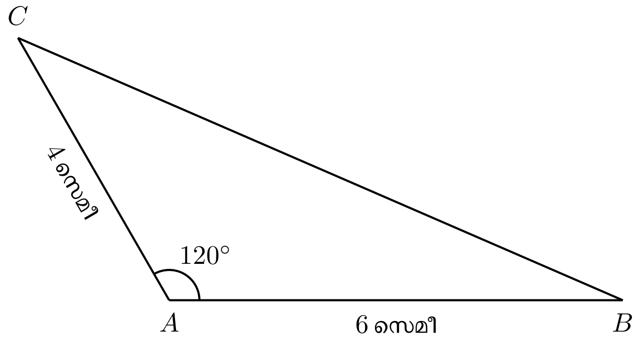
✍ $BC^2 = \square^2 + \square^2 = \square$

✍ $BC = \square$ സെമീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 6

4. ത്രികോണമിതി

☞ ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിലെ BC എന്ന വശത്തിന്റെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കണം



✍ ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന വര, പുറകോട്ട് നീട്ടി വരയ്ക്കുക

✍ C ൽക്കൂടി AB യ്ക്കു ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക

✍ CDB എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽനിന്ന് $BC^2 = \square^2 + \square^2$

☞ CD, DB എങ്ങിനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

✍ CAD എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽ, $\angle CAD = \square$

✍ ഇതിന്റെ കർണം $AC = \square$ സെമീ

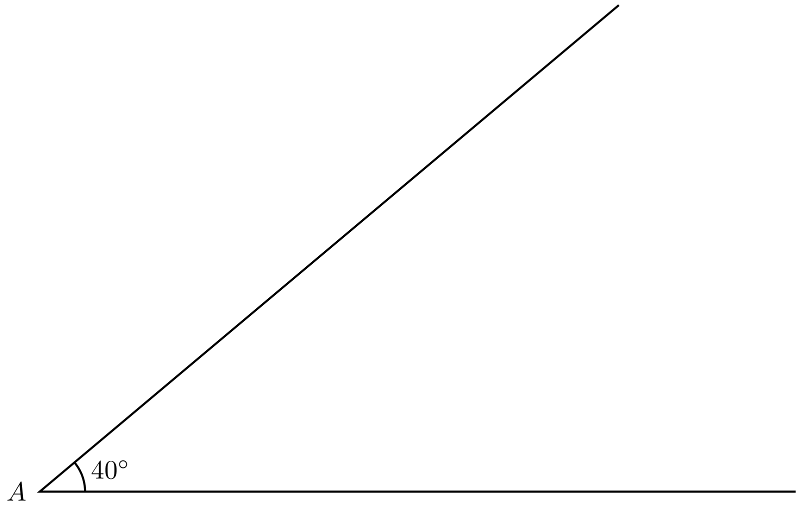
✍ $CD = \square \times \square = \square$ സെമീ

$AD = \square \times \square = \square$ സെമീ

✍ $DB = \square + \square = \square$ സെമീ

✍ $BC^2 = \square^2 + \square^2 = \square$

✍ $BC = \square$ സെമീ



- ചിത്രത്തിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു വരയിൽ B എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക

- B ൽനിന്ന് മറ്റേ വരയിലേക്ക് BC എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുക

- AB, BC, AC അളന്നെഴുതുക

$AB = \boxed{}$ സെമീ $\quad BC = \boxed{}$ സെമീ $\quad AC = \boxed{}$ സെമീ

- $\sin A$, $\cos A$ ഇവയുടെ ഏകദേശവിലകൾ കണക്കാക്കുക

$$\sin A = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \approx \boxed{}$$

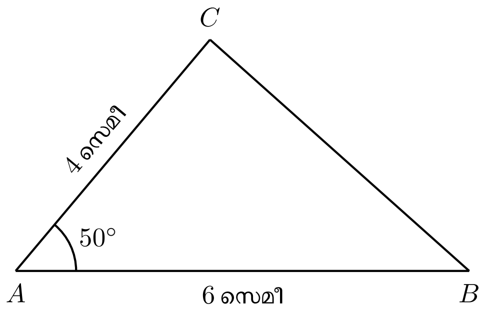
$$\cos A = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \approx \boxed{}$$

- ത്രികോണമിതി പട്ടികയിൽനിന്ന് $\sin 40^\circ$, $\cos 40^\circ$ ഇവ കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക

$$\sin 40^\circ \approx \boxed{} \qquad \cos 40^\circ \approx \boxed{}$$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 8

☞ ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കണം



✍ ചിത്രത്തിൽ C ൽക്കൂടി AB യ്ക്കു ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക

✍ പരപ്പളവ് $\frac{1}{2} \times \boxed{} \times \boxed{}$

☞ CD യുടെ നീളം എങ്ങിനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

✍ CAD എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽ CD എന്നത് $50°$ കോണിന്റെ. . . . . വശം

✍ AC, ത്രികോണത്തിന്റെ. . . . .

✍ $\frac{CD}{AC} = \boxed{} 50° \approx \boxed{}$
(പട്ടിക നോക്കി എഴുതുക)

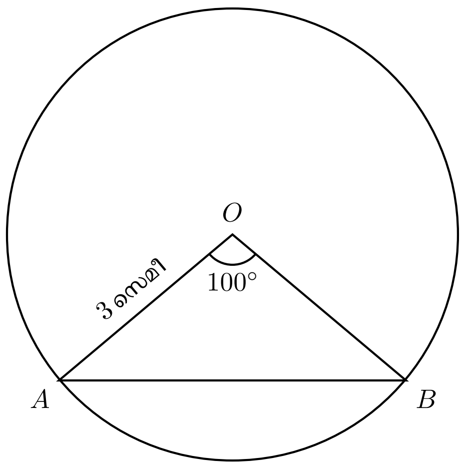
✍ $AC = \boxed{}$ സെമീ

✍ $CD \approx \boxed{} \times \boxed{} \approx \boxed{} \approx \boxed{}$
(രണ്ടു ദശാംശസ്ഥാനങ്ങൾക്ക് ശരിയാക്കി എഴുതുക)

✍ ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് ഏകദേശം $\frac{1}{2} \times \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 9

☞ ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. AB എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കണം:



✍ O ൽക്കൂടി AB യ്ക്ക് ലംബമായി OC വരയ്ക്കുക

✍ OC കേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് ഞാണിലേക്കുള്ള ലംബമായതിനാൽ $AC = \boxed{} \times AB$

✍ AOB സമപാർശ്വത്രികോണമായതിനാൽ OC എന്ന ലംബം $\angle AOB$ യുടെ .... ആണ്

✍ $\angle AOC = \boxed{} \times 100 = \boxed{}$

✍ OAC എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽനിന്ന്

$$\frac{AC}{OA} = \boxed{}AOC = \boxed{} \approx \boxed{}$$

(പട്ടിക നോക്കി എഴുതുക)

✍ $OA = \boxed{}$ സെമീ

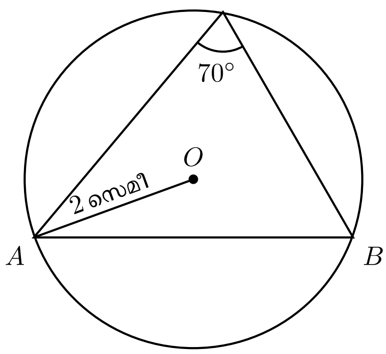
✍ $AC \approx \boxed{} \times \boxed{} \approx \boxed{}$ സെമീ

(ഒരു ദശാംശസ്ഥാനത്തിനു ശരിയാക്കി എഴുതുക)

✍ $AB = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$ സെമീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 10

☞ ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. AB എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കണം:



✍ OB യോജിപ്പിക്കുക

✍ $\angle AOB = \boxed{\quad\quad}$

☞ ഇനി നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ AB കണക്കാക്കാമല്ലോ

✍ O ൽക്കൂടി AB യ്ക്ക് ലംബമായി OC വരയ്ക്കുക

✍ $\angle AOC = \frac{1}{2} \times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

✍ OAC എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽനിന്ന്

$$\frac{AC}{OA} = \boxed{\quad}AOC = \boxed{\quad\quad\quad} \approx \boxed{\quad\quad\quad}$$

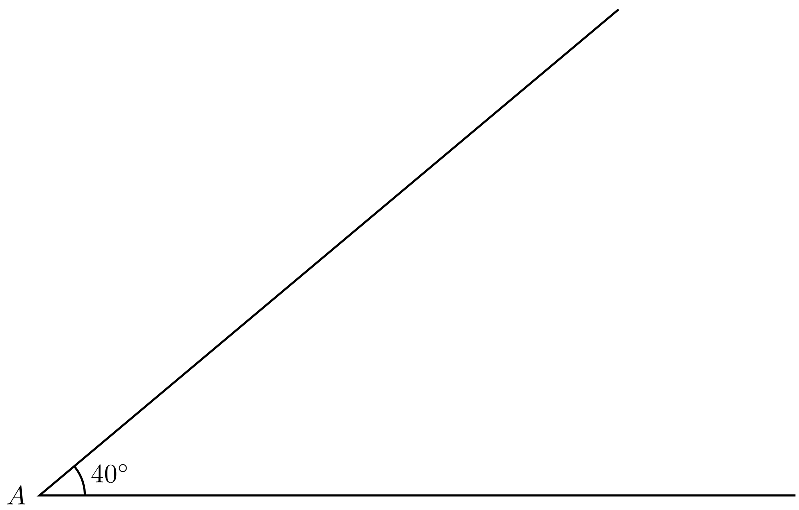
(പട്ടിക നോക്കി എഴുതുക)

✍ $OA = \boxed{\quad}$ സെമീ

✍ $AC \approx \boxed{\quad} \times \boxed{\quad\quad\quad} \approx \boxed{\quad\quad}$ സെമീ

(ഒരു ദശാംശസ്ഥാനത്തിനു ശരിയാക്കി എഴുതുക)

✍ $AB = \boxed{\quad} \times \boxed{\quad\quad} = \boxed{\quad\quad}$ സെമീ



- താഴത്തെ വരയിൽ, A ൽനിന്നു തുടങ്ങി, 1 സെന്റിമീറ്റർ ഇടവിട്ട് B, C, D, E എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക

- ഈ ബിന്ദുക്കളിൽക്കൂടി താഴത്തെ വരയ്ക്കു ലംബങ്ങൾ വരച്ച്, മുകളിലത്തെ വരയെ P, Q, R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുക

- BP, CQ, DR, ES ഇവയുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക

$BP = \boxed{}$ സെമീ $\quad CQ = \boxed{}$ സെമീ

$DR = \boxed{}$ സെമീ $\quad ES = \boxed{}$ സെമീ

- അകലം ഓരോ സെന്റിമീറ്റർ കൂടുമ്പോഴും, ഉയരം എത്ര വീതമാണ് കൂടുന്നത്?

$\boxed{}$ സെമീ

- പട്ടികയിൽനിന്ന് $\tan 40^\circ \approx \boxed{}$

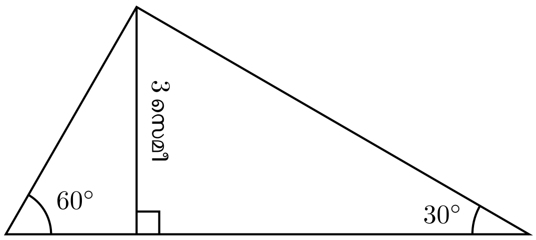
വർക്ക്ഷീറ്റ് 12

ചോദ്യങ്ങൾ

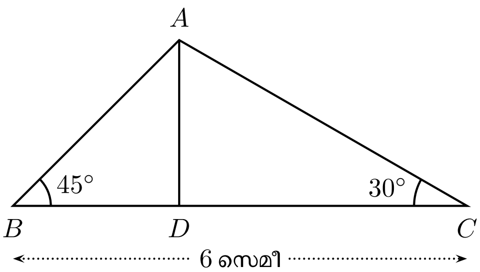
ഭാഗം 1

1. ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ സമീപവശങ്ങൾ 5 സെന്റിമീറ്ററും 3 സെന്റിമീറ്ററുമാണ്; അവയ്ക്കിടയിലുള്ള കോൺ 60° ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

2. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക



3. ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ AD കണക്കാക്കുക



അതിൽനിന്ന്, ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക

4. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണം 5 സെന്റീമീറ്ററും, അതിലെ ഒരു കോൺ 50° ഉം ആണ്. അതിന്റെ മറ്റുവശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക

5. ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങൾ 5 സെന്റിമീറ്ററും 4 സെന്റിമീറ്ററുമാണ്. അവയുടെ ഇടയിലെ കോൺ 40° ഇവയുടെ വികർണങ്ങളുടെ നീളം എത്രയാണ്?

6. ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു വശം 4 സെന്റിമീറ്ററും, ഒരു കോൺ 110° ഉം ആണ്. അതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

7. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളം 4 സെന്റിമീറ്റർ, 5 സെന്റിമീറ്റർ; അവയുടെയിടയിലെ കോൺ 130°. ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

8. ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഒരു കോൺ 80°, അതിന് എതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ നീളം 6 സെന്റിമീറ്ററുമാണ്; അതിന്റെ പരിവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം എത്രയാണ്?

9. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങൾ 5 സെന്റിമീറ്റർ, 6 സെന്റിമീറ്റർ; അവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ 50°. അതിന്റെ മൂന്നാമത്തെ വശം കണക്കാക്കുക

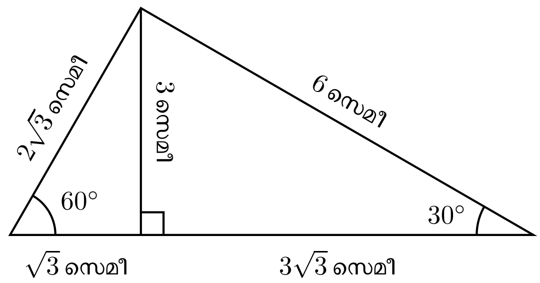
10. 1.5 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു കുട്ടി, അകലെയുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ മുകൾഭാഗം, 40° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. മരത്തിനടുത്തേയ്ക്ക് 10 മീറ്റർ നടന്നിട്ട് നോക്കിയപ്പോൾ, അത് 80° മേൽക്കോണിലാണ് കണ്ടത്. മരത്തിന്റെ ഉയരം എത്രയാണ്?

ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 1

1. ചിത്രത്തിൽനിന്ന്, സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഉയരം $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ സെന്റിമീറ്റർ എന്നു കാണാം. പരപ്പളവ് $\frac{15}{2}\sqrt{3} \approx 13$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

2. ചിത്രത്തിൽക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ, രണ്ടു മട്ടത്രികോണങ്ങളുടേയും വശങ്ങളുടെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കാം. ചുറ്റളവ് $6(1+\sqrt{3}) \approx 16.4$ സെമീ

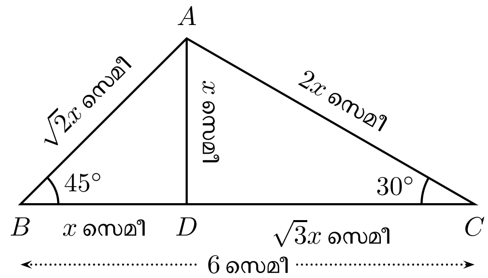


3. AD യുടെ നീളം x എന്നെടുത്താൽ, ചിത്രത്തിലേതുപോലെ മറ്റു നീളങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാം. ഇതിൽനിന്ന് $(\sqrt{3}+1)x = 6$; അപ്പോൾ

$x = \dfrac{6}{\sqrt{3}+1}$ സെമീ

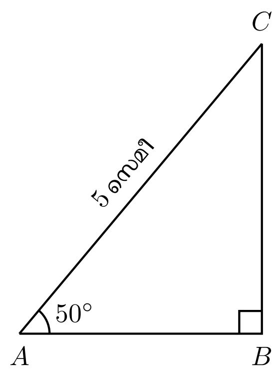
$AB = \dfrac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$ സെമീ

$AC = \dfrac{12}{\sqrt{3}+1}$ സെമീ



4. ചിത്രത്തിൽനിന്ന്

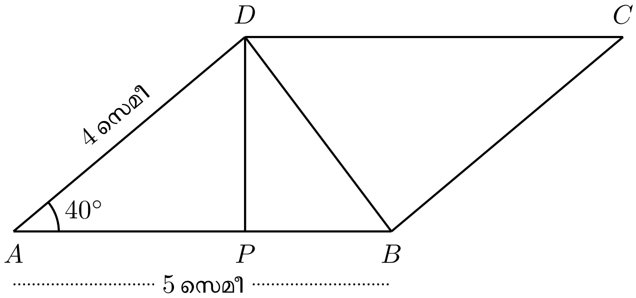
$$AB = 5\cos 50^\circ \approx 3.2 \text{ സെമീ}$$
$$BC = 5\sin 50^\circ \approx 3.8 \text{ സെമീ}$$



5. ചിത്രത്തിൽ

$$DP = 4 \sin 40^\circ \approx 2.57 \text{ സെമീ}$$
$$AP = 4 \cos 40^\circ \approx 3.06 \text{ സെമീ}$$
$$BP \approx 5 - 3.06 = 1.94 \text{ സെമീ}$$

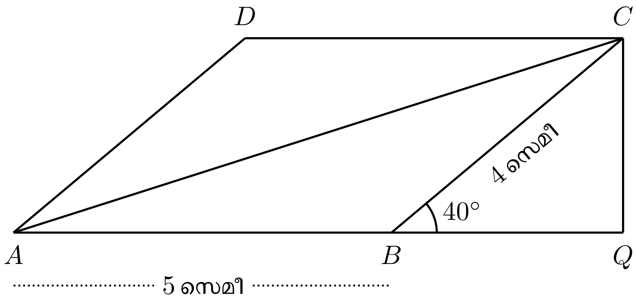
$$BD \approx \sqrt{1.94^2 + 2.57^2} \approx 3.2 \text{ സെമീ}$$



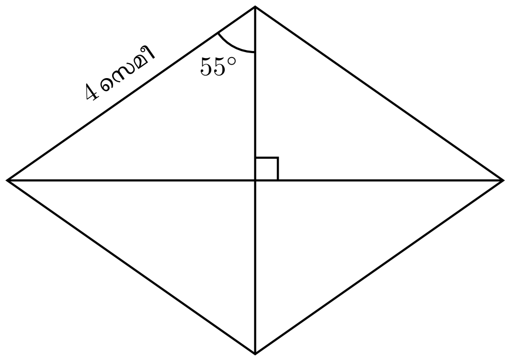
ചിത്രത്തിൽ

$$CQ = 4 \sin 40^\circ \approx 2.57 \text{ സെമീ}$$
$$BQ = 4 \cos 40^\circ \approx 3.06 \text{ സെമീ}$$
$$AQ \approx 5 + 3.06 = 8.06 \text{ സെമീ}$$

$$AC \approx \sqrt{8.06^2 + 2.57^2} \approx 8.5 \text{ സെമീ}$$



6. സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ വരച്ചാൽ കിട്ടുന്ന നാല് മട്ടത്രികോണങ്ങളിൽ ഓരോന്നിന്റേയും ലംബവശങ്ങൾ



$$4 \cos 55^\circ \approx 2.29 \text{ സെമീ}$$
$$4 \sin 55^\circ \approx 3.28 \text{ സെമീ}$$

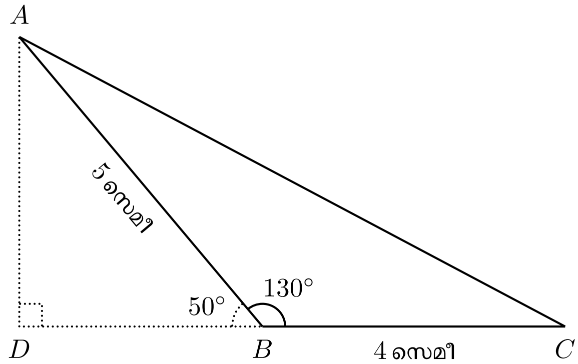
ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ഏകദേശം $\frac{1}{2} \times 2.29 \times 3.28$ ചസെമീ. സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ഏകദേശം
$2 \times 2.29 \times 3.28 \approx 15.02$ ചസെമീ

7. ചിത്രത്തിൽനിന്ന്

$$AD = 5 \sin 50^\circ \approx 3.83 \text{ സെമീ}$$

പരപ്പളവ് ഏകദേശം

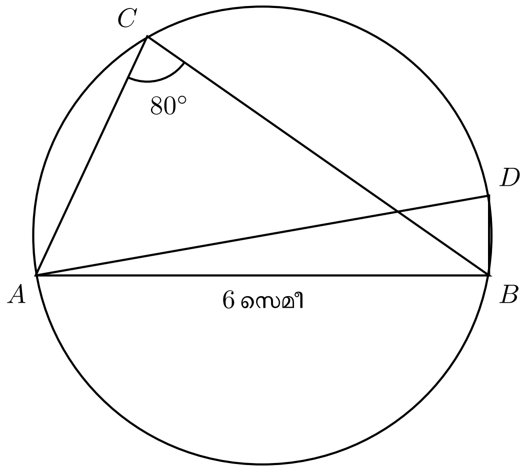
$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3.83 \approx 7.66 \text{ ചസെമീ}$$



8. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ A എന്ന മൂലയിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന പരിവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ് AD.
ADB എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽ, AD കർണം, $\angle ADB = 80^\circ$

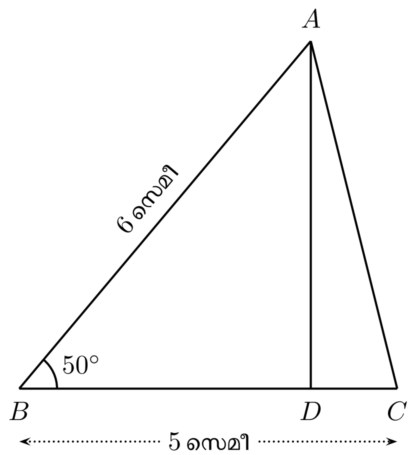
$$AD = \frac{6}{\sin 80^\circ} \approx 6.09$$

പരിവൃത്തവ്യാസം, ഏകദേശം 6 സെന്റിമീറ്റർ



9. ചിത്രത്തിൽനിന്ന്

$$AD = 6\sin 50^\circ \approx 4.6 \text{ സെമീ}$$
$$BD = 6\cos 50^\circ \approx 3.86 \text{ സെമീ}$$
$$CD \approx 5 - 3.86 = 1.14 \text{ സെമീ}$$
$$AC \approx \sqrt{4.6^2 + 1.14^2} \approx 4.7 \text{ സെമീ}$$



10. കുട്ടിയുള്ള ഉയരം കഴിച്ചുള്ള മരത്തിന്റെ ഉയരം x മീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, ചിത്രത്തിൽനിന്ന്

$$\frac{x}{\tan 40^\circ} - \frac{x}{\tan 80^\circ} = 10$$

അതായത്

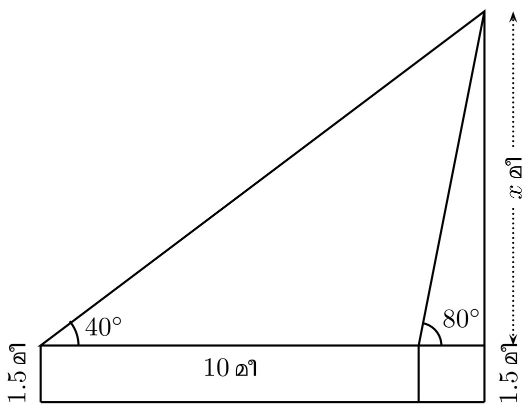
$$\frac{x}{0.84} - \frac{x}{5.67} \approx 10$$

അപ്പോൾ

$$x \approx \frac{10 \times 5.67 \times 0.84}{5.67 - 0.84} \approx 9.9 \text{ മീ}$$

മരത്തിന്റെ ഉയരം ഏകദേശം

$$9.9 + 1.5 = 11.4 \text{ മീ}$$

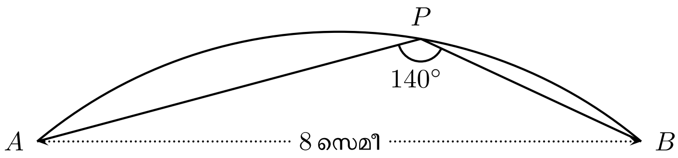


ചോദ്യങ്ങൾ

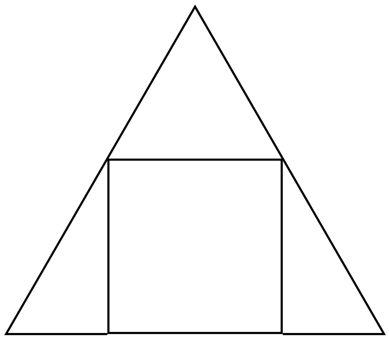
ഭാഗം 2

1. $AB = 8$ സെമീ, $\angle A = 40°$, $BC = 5$ എന്നീ അളവുകളിൽ ΔABC വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമോ? കാരണസഹിതം സമർത്ഥിക്കുക

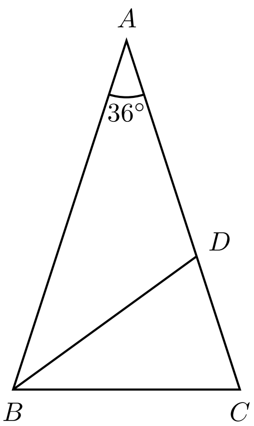
2. ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ APB ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ഭാഗമാണ്. മുഴുവൻ വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്രയാണ്?



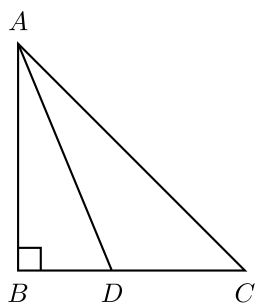
3. ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിനുള്ളിൽ ഒരു സമചതുരം വരച്ചിരിക്കുന്നു. ത്രികോണത്തിന്റെ വശവും സമചതുരത്തിന്റെ വശവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കുക



4. ചിത്രത്തിൽ ABC സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ്. $\angle B$ യുടെ സമഭാജി, AC യെ D യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. $\frac{BC}{AB} = x$ എന്നെടുത്താൽ, $x = \frac{1}{x} - 1$ എന്നു തെളിയിക്കുക. ഇതിൽനിന്ന് $\sin 18°$ കണ്ടുപിടിക്കുക



5. ചിത്രത്തിൽ ABC ഒരു സമപാർശ്വമട്ടത്രികോണവും, AD എന്ന വര, $\angle A$ യുടെ സമഭാജിയുമാണ്. ഇതുപയോഗിച്ച്, $\tan 22\frac{1}{2}° = \sqrt{2} - 1$ എന്നു തെളിയിക്കുക



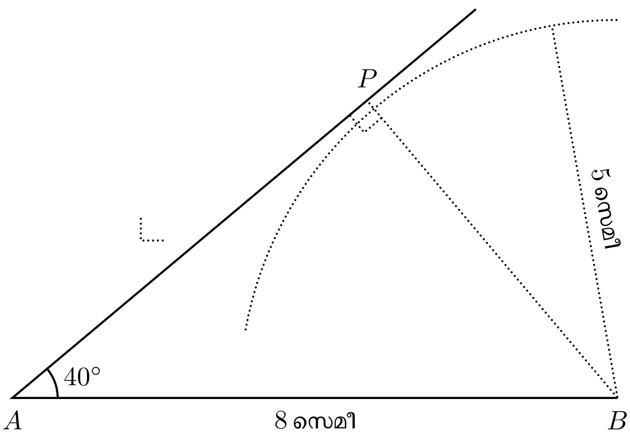
ഉത്തരങ്ങൾ

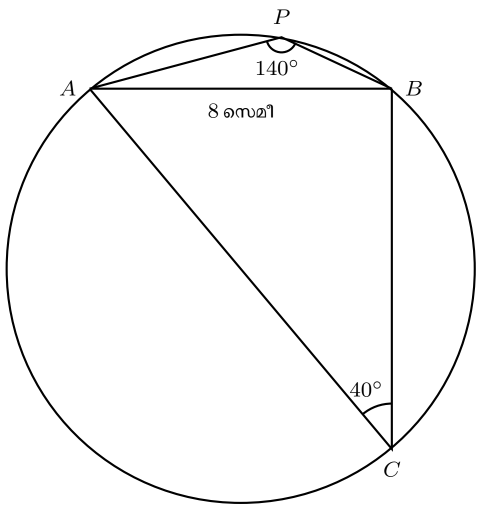
ഭാഗം 2

1. B ൽനിന്ന് മുകളിലെ വരയിലേക്കുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം BP ആണ്. ചിത്രത്തിൽനിന്ന്

$$BP = 8 \sin 40^\circ \approx 5.14$$

അപ്പോൾ, മുകളിലെ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളെല്ലാം B ൽനിന്ന് 5 സെന്റിമീറ്ററിൽ കൂടുതൽ അകലെയാണ്. അതിനാൽ, ചോദ്യത്തിൽ പറഞ്ഞ അളവുകളിൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ കഴിയില്ല





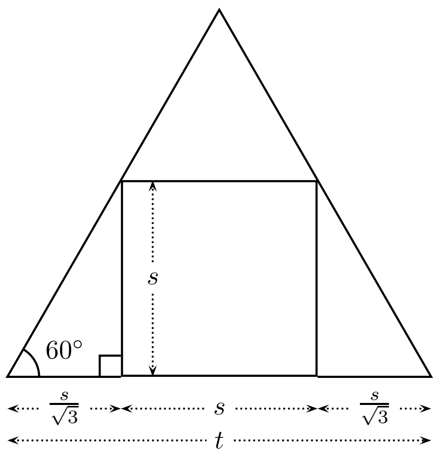
2. വൃത്തത്തിന്റെ A ൽക്കൂടിയുള്ള വ്യാസം വൃത്തത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു C എന്നെടുത്താൽ, ABC ഒരു മട്ടത്രികോണമാണ്; $\angle ACB = 40^\circ$ ഇതിൽനിന്ന്

$$AC = \frac{8}{\sin 40^\circ} \approx 12.4 \text{ സെമീ}$$

3. സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം t എന്നും, സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം s എന്നുമെടുത്താൽ, ചിത്രത്തിലേതുപോലെ മറ്റു നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കാം. ഇതിൽനിന്ന്

$$\left(1 + \frac{2}{\sqrt{3}}\right) s = t$$

$$\frac{t}{s} = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$



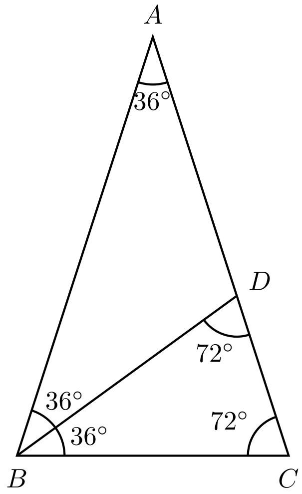
4. BD എന്ന വര, $\angle B$ യുടെ സമഭാജി ആയതിനാൽ

$$x = \frac{BC}{AB} = \frac{CD}{AD}$$

ചിത്രത്തിൽനിന്ന്

$$\frac{CD}{AD} = \frac{AC - AD}{AD} = \frac{AC}{AD} - 1$$

ΔABC യിൽ $\angle ABC = \angle ACB$ ആയതിനാൽ $AC = AB$. ΔDAB യിൽ $\angle DAB = \angle DBA$ ആയതിനാൽ $AD = BD$. ΔBCD യിൽ $\angle BCD = \angle BDC$ ആയതിനാൽ $BD = BC$. ഇതെല്ലാം ചേർത്തുവച്ചാൽ



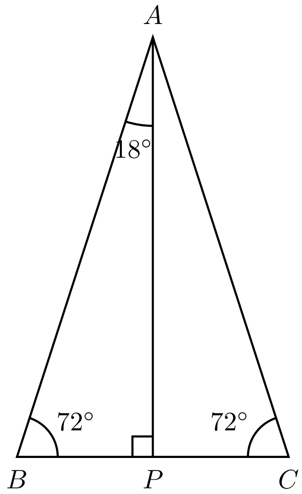
$$x = \frac{1}{x} - 1$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിൽനിന്ന്

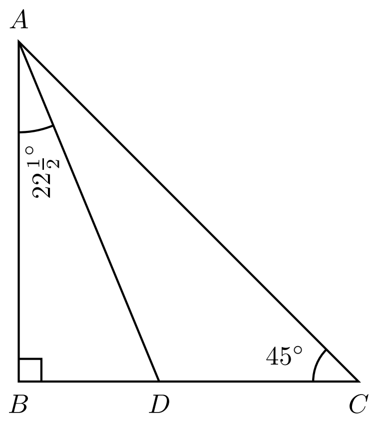
$$\sin 18^\circ = \frac{BP}{AB} = \frac{1}{2}\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$



5. ചിത്രത്തിൽനിന്ന്

$$\tan 22\tfrac{1}{2}^\circ = \frac{BD}{AB}$$

AD എന്ന വര $\angle A$ യുടെ സമഭാജിയായതിനാൽ BC യെ $AB : AC$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് ഭാഗിക്കുന്നത്. ABC സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണമായതിനാൽ, $AB : AC = 1 : \sqrt{2}$ അപ്പോൾ



$$BD = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} BC$$

$BC = AB$ ആയതിനാൽ

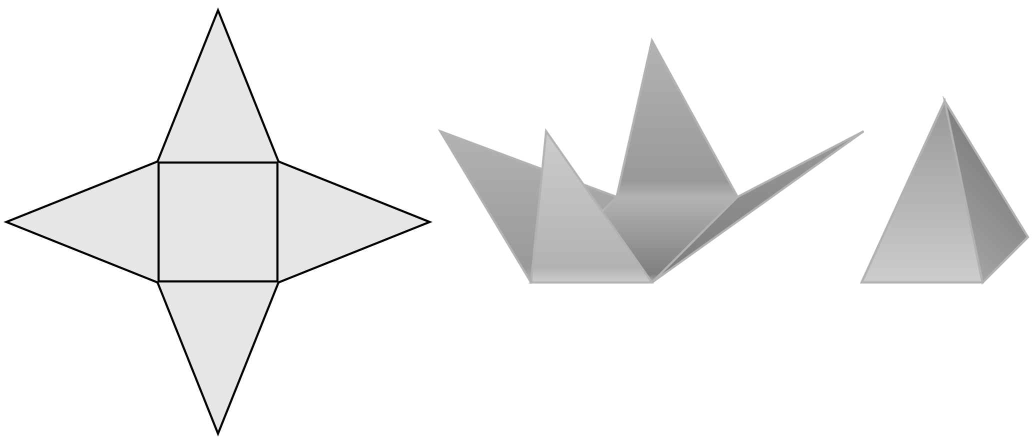
$$\tan 22\tfrac{1}{2}^\circ = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2})^2 - 1} = \sqrt{2} - 1$$

5 ഘനരൂപങ്ങൾ

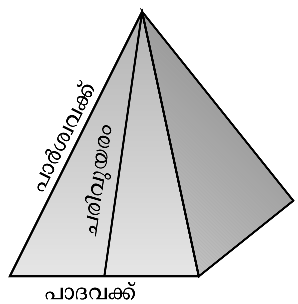
അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

സമചതുരസ്തൂപിക

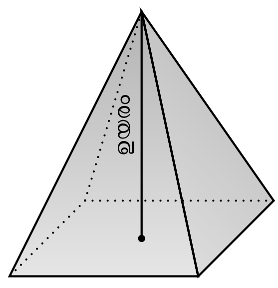
- ഒരു സമചതുരവും, അതിന്റെ വശങ്ങളിൽ സർവസമമായ നാലു സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളും ചേർന്ന രൂപം മടക്കി ഒട്ടിച്ച് സമചതുരസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കാം



- സമചതുരത്തിന്റെ വശമാണ് (ത്രികോണങ്ങളുടെ പാദവും ഇതുതന്നെ) സ്തൂപികയുടെ പാദവക്ക്. ത്രികോണങ്ങളുടെ പാർശ്വവശം, സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വവക്ക്; ത്രികോണങ്ങളുടെ ഉയരം, സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം

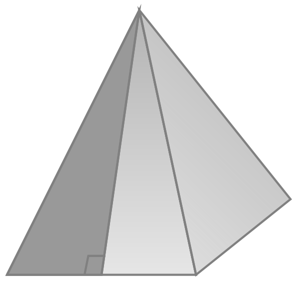


- സമചതുരസ്തുപികയുടെ ഉയരമെന്നാൽ, ശീർഷത്തിൽനിന്ന് പാദത്തിലേക്കുള്ള ലംബദൂരമാണ്

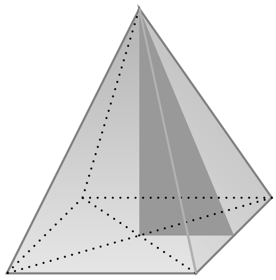


- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പല അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം അറിയാൻ, മൂന്നു മട്ടത്രികോണങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാം

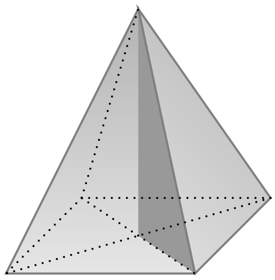
  ⋆ സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖങ്ങളിൽ, പാർശ്വവക്ക് കർണമായും, ചരിവുയരവും പാദവക്കിന്റെ പകുതിയും ലംബവശങ്ങളായും, ഒരു മട്ടത്രികോണം വരയ്ക്കാം



  ⋆ സമചതുരസ്തൂപികയ്ക്കുള്ളിൽ, ചരിവുയരം കർണമായും, ഉയരവും, പാദവക്കിന്റെ പകുതിയും ലംബവശങ്ങളായും ഒരു മട്ടത്രികോണം വരയ്ക്കാം



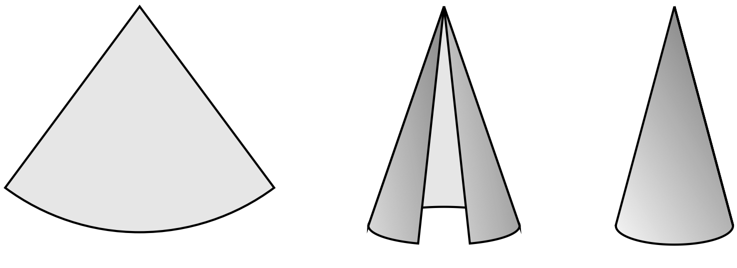
  ⋆ സമചതുരസ്തൂപികയ്ക്കുള്ളിൽ, പാർശ്വവക്ക് കർണമായും, ഉയരവും, പാദവികർണത്തിന്റെ പകുതിയും ലംബവശങ്ങളായും ഒരു മട്ടത്രികോണം വരയ്ക്കാം



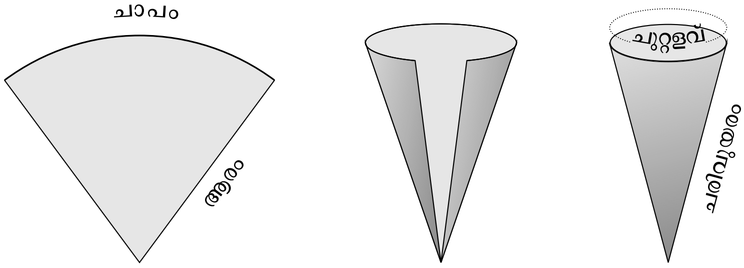
- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വതലപരപ്പളവ്, ത്രികോണമുഖങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകളുടെ തുകയാണ്; ഇത് ഒരു ത്രികോണമുഖത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ നാലു മടങ്ങാണ്. പാദചുറ്റളവിന്റേയും, ചരിവുയരത്തിന്റേയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയുമാണ്
- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം, അതേ പാദവും ഉയരവുമുള്ള സമചതുരസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തത്തിന്റെ മൂന്നിലൊന്നാണ്; അതായത്, പാദപരപ്പളവിന്റേയും ഉയരത്തിന്റേയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ മൂന്നിലൊന്ന്

വൃത്തസ്തൂപിക

- വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കാം



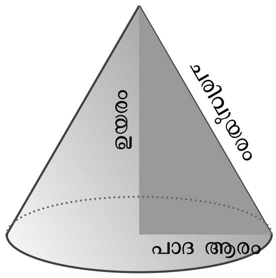
- വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം, സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരമാകും; വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപം, സ്തൂപികയുടെ പാദ ചുറ്റളവുമാകും



- വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപം മുഴുവൻ വൃത്തത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണോ, വൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ അത്രയും ഭാഗമാണ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം

- വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ (ഡിഗ്രി) 360 ന്റെ എത്ര ഭാഗമാണോ, വൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ അത്രയും ഭാഗമാണ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം

- വൃത്തസ്തൂപികയ്ക്കുള്ളിൽ, ചരിവുയരം കർണമായും, ആരവും ഉയരവും ലംബവശങ്ങളായും , ഒരു മട്ടത്രികോണം വരയ്ക്കാം

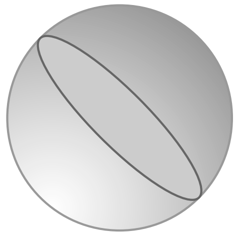


- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതലപരപ്പളവ്, അതുണ്ടാക്കാനുപയോഗിച്ച വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവാണ്; ഇത് സ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവിന്റേയും ചരിവുയരത്തിന്റേയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ്

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം, അതേ ആരവും ഉയരവുമുള്ള വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തത്തിന്റെ മൂന്നിലൊന്നാണ്; അതായത്, സ്തൂപികയുടെ പാദപരപ്പളവിന്റേയും ഉയരത്തിന്റേയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ മൂന്നിലൊന്ന്

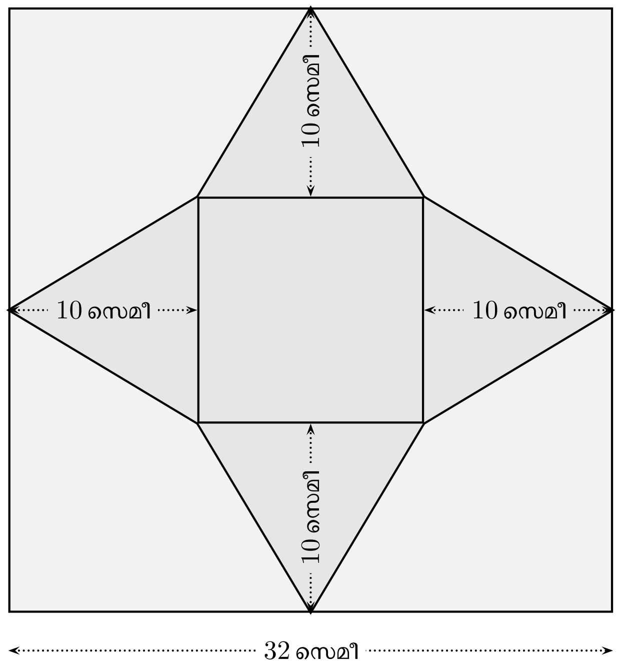
ഗോളം

- ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്, അതേ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ നാലു മടങ്ങാണ്; അതായത്, ആരം r ആയ വൃത്തത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് $4\pi r^2$



- ആരം r ആയ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $\frac{4}{3}\pi r^3$

☞ ചുവടെക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ സമചതുരാകൃതിയായ കട്ടികടലാസിൽനിന്ന് ഒരു രൂപം വെട്ടിയെടുക്കുന്നു



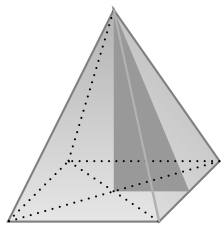
ത്രികോണങ്ങൾ മേലോട്ടു മടക്കി ഒട്ടിച്ച് ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു

- ✍ സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം $\square$ സെമീ
- ✍ പാദവക്ക് $\square - (2 \times \square) = \square$ സെമീ
- ✍ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\square \times \square\,\square = \square$ ചസെമീ
- ✍ സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വതലപരപ്പളവ് $\square \times \square = \square$ ചസെമീ
- ✍ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\square^2 = \square$ ചസെമീ
- ✍ സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് $\square + \square = \square$ ചസെമീ

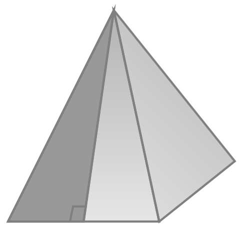
വർക്ക്ഷീറ്റ് 1

കുറേ സമസ്തൂപികകളുടെ ചില അളവുകൾ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. പട്ടികകൾ പൂരിപ്പിക്കുക (ക്രിയകൾ പട്ടികകളുടെ ചുവടെ എഴുതുക)

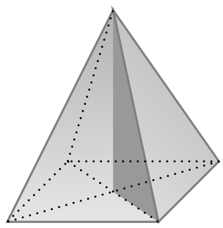
പാദവക്ക്	**ചരിവുയരം**	**ഉയരം**
30	50	
	15	13
12		10



പാദവക്ക്	**ചരിവുയരം**	**പാർശ്വവക്ക്**
20	8	
	28	35
48		30

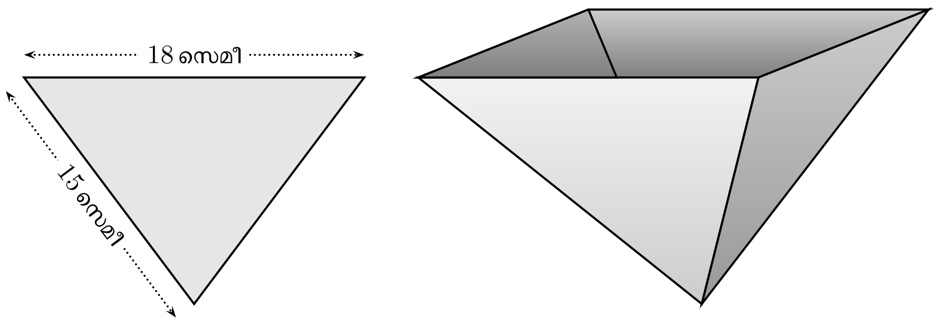


പാദവികർണം	**ഉയരം**	**പാർശ്വവക്ക്**
42	28	
	40	50
16		17



വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

☞ ചുവടെക്കേണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളായ നാലു തകിടുകൾ ചേർത്തുവച്ച് പൊള്ളയായ ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കി



✍ സ്തൂപികയുടെ പാദവക്ക് $\square$ സെമീ

✍ പാർശ്വവക്ക് $\square$ സെമീ

✍ ചരിവുയരം $\sqrt{\square^2 - \square^2} = \square$ സെമീ

✍ ഒരു ത്രികോണത്തകിടിന്റെ പരപ്പളവ്

$$\square \times \square \times \square = \square$$ ചസെമീ

✍ സ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കാൻ ആവശ്യമായ തകിടിന്റെ പരപ്പളവ്

$$4 \times \square = \square$$ ചസെമീ

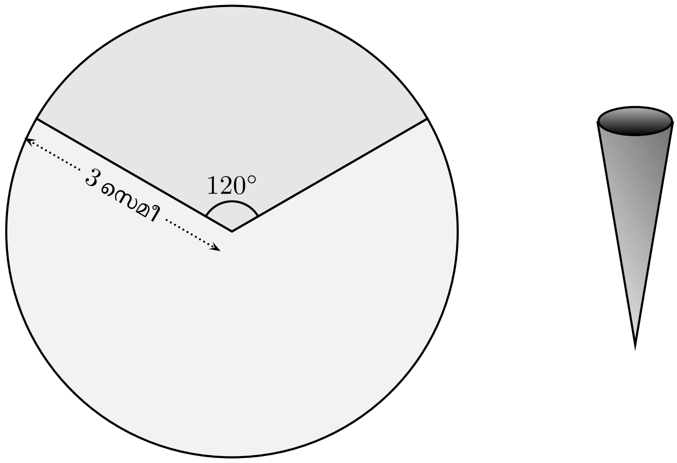
✍ സ്തൂപികയുടെ ഉയരം $\sqrt{\square^2 - \square^2} = \square$ സെമീ

✍ ഇതിൽ കൊള്ളുന്ന വെള്ളത്തിന്റെ അളവ്

$$\square \times \square^2 \times \square = \square$$ ഘസെമീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

☞ ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു:



✍ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ, 360° യുടെ $\boxed{}$ ഭാഗമാണ്

✍ വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപം, മുഴുവൻ വൃത്തത്തിന്റെ $\boxed{}$ ഭാഗമാണ്

✍ ഈ ചാപത്തിന്റെ നീളം, വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദമായ വൃത്തത്തിന്റെ .... ആണ്

✍ സ്തൂപികയുടെ പാദമായ ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, വൃത്താംശം വെട്ടിയെടുത്ത വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ $\boxed{}$ ഭാഗമാണ്

✍ ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം, വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ $\boxed{}$ ഭാഗമാണ്

✍ സ്തൂപികയുടെ പാദ ആരം $\boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$ സെമീ

✍ സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം $\boxed{}$ സെമീ

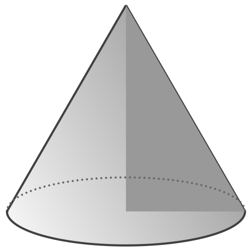
✍ സ്തൂപികയുടെ വക്രതലപരപ്പളവ് $\boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$ ചസെമീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 4

☞ കുറേ വൃത്തസ്തൂപികകളുടെ ചില അളവുകൾ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

✍ പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക (ക്രിയകൾ പട്ടികയുടെ ചുവടെ എഴുതുക)

ആരം	ചരിവുയരം	ഉയരം
12	20	
4		8
	40	32



☞ സ്തൂപികകളുടെയെല്ലാം വക്രതലപരപ്പളവും, വ്യാപ്തവും കണക്കാക്കുക

ഒന്നാം സ്തൂപിക

✍ വക്രതലപരപ്പളവ് $\square \times \square \times \square = \square$

✍ വ്യാപ്തം $\square \times \square \times \square \times \square = \square$

രണ്ടാം സ്തൂപിക

✍ വക്രതലപരപ്പളവ് $\square \times \square \times \square = \square$

✍ വ്യാപ്തം $\square \times \square \times \square \times \square = \square$

മൂന്നാം സ്തൂപിക

✍ വക്രതലപരപ്പളവ് $\square \times \square \times \square = \square$ ചസെമീ

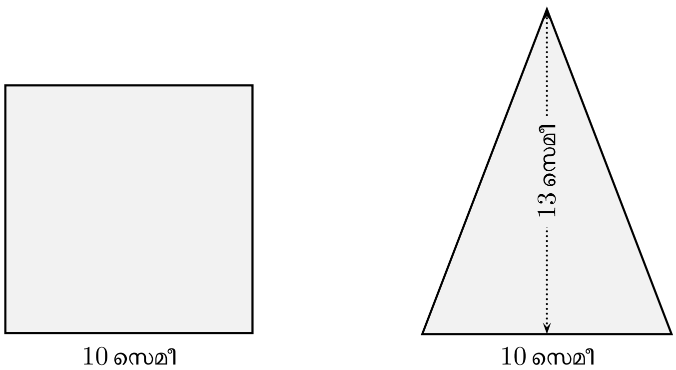
✍ വ്യാപ്തം $\square \times \square \times \square \times \square = \square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 5

ചോദ്യങ്ങൾ

ഭാഗം 1

1. ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന അളവുകളുള്ള ഒരു സമചതുരവും നാലു ത്രികോണങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കി. സ്തൂപികയുടെ ഉയരം എത്രയാണ്?



2. പാദവക്കുകൾ 14 സെന്റിമീറ്ററും, ഉയരം 24 സെന്റിമീറ്ററും ആയ ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക കടലാസ് കൊണ്ട് ഉണ്ടാക്കണം. ഇതിനാവശ്യമായ നാലു സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളുടെ പാദവും ഉയരവും എത്രയായിരിക്കണം?

3. പാദവക്കുകൾ 10 സെന്റിമീറ്റർ ആയ ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖങ്ങളെല്ലാം സമഭുജത്രികോണങ്ങളാണ്. സ്തൂപികയുടെ ഉയരം എത്രയാണ്?

4. ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്കുകൾ 8 സെന്റിമീറ്ററും, പാർശ്വവക്കുകൾ 9 സെന്റിമീറ്ററുമാണ്. അതിന്റെ ഉയരം എത്രയാണ്? വ്യാപ്തം എത്രയാണ്?

5. ലോഹം കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ കട്ടിയായ ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക ഉരുക്കി, ചെറിയ സമചതുരസ്തൂപികകളാക്കണം.

   (a) അതേ പാദവക്കും, ഉയരം പകുതിയുമായ എത്ര സ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം?

   (b) അതേ ഉയരവും, പാദവക്ക് പകുതിയുമായ എത്ര സ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം?

   (c) പാദവക്കും, ഉയരവും പകുതിയായ എത്ര സ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം?

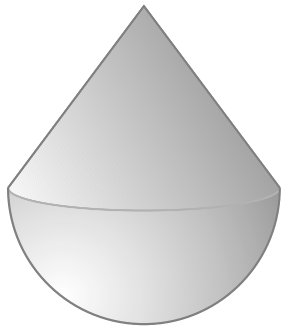
6. 12 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തെ ഒരേ വലിപ്പമുള്ള 6 വൃത്താംശങ്ങളായി മുറിച്ച്, ഓരോ വൃത്താംശത്തെയും വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കുന്നു. സ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരവും ചരിവുയരവും കണക്കാക്കുക

7. 10 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽനിന്ന്, കേന്ദ്രകോൺ 72° ആയ ഒരു വൃത്താംശം വെട്ടിയെടുക്കുന്നു. ഇതു വളച്ചുണ്ടാകുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരവും ഉയരവും കണക്കാക്കുക

8. പാദത്തിന്റെ ആരം 30 സെന്റിമീറ്ററും, ഉയരം 40 സെന്റിമീറ്ററുമായ വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കാൻ, എത്ര ആരമുള്ള വൃത്തത്തിൽനിന്ന് എത്ര കേന്ദ്രകോണുള്ള വൃത്താംശം വെട്ടിയെടുക്കണം?

9. 6 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള കട്ടിയായ ഒരു ഗോളം ഉരുക്കി, പാദത്തിന്റെ ആരം 6 സെന്റിമീറ്റർ തന്നെയായ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കി. സ്തൂപികയുടെ ഉയരം എത്രയാണ്?

10. ഒരു അർധഗോളത്തിനുമേൽ ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ചേർത്തുണ്ടാക്കിയ രൂപമാണ് ചിത്രത്തിൽ. അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാസം 18 സെന്റിമീറ്ററും, രൂപത്തിന്റെ ആകെ ഉയരം 21 സെന്റിമീറ്ററും ആണ്. ഇതുണ്ടാക്കാൻ എത്ര ഘനസെന്റിമീറ്റർ ഇരുമ്പു വേണം?

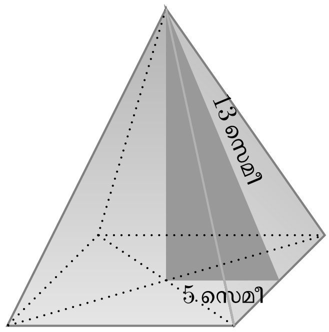


ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 1

1. സ്തൂപികയുടെയുള്ളിൽ, ചരിവുയരം കർണമായും, പാദവക്കിന്റെ പകുതിയും ഉയരവും ലംബവശങ്ങളായും ഒരു മട്ടത്രികോണം ചിത്രത്തിൽക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ സങ്കൽപ്പിക്കാം.

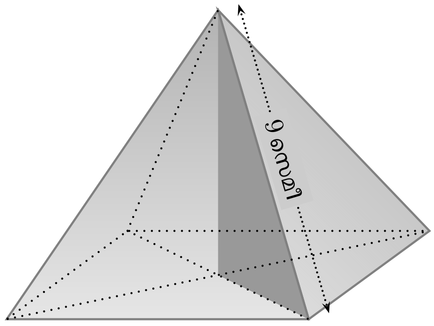
   ഉയരം $= \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ സെമീ



2. ത്രികോണങ്ങളുടെയെല്ലാം പാദം, സ്തൂപികയുടെ പാദവക്കായ 14 സെന്റിമീറ്റർ ആയിരിക്കണം. സ്തൂപികയ്ക്കുള്ളിൽ, ചരിവുയരം കർണമായും ഉയരവും പാദവക്കിന്റെ പകുതിയും ലംബവശങ്ങളായും ഒരു മട്ടത്രികോണം സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ, ചരിവുയരം $\sqrt{24^2 + 7^2} = 25$ സെന്റിമീറ്റർ; ഇതാണ് ഓരോ ത്രികോണത്തിന്റേയും ഉയരം

3. സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം, ത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരമായ $5\sqrt{3}$ സെന്റിമീറ്ററാണ്. മുകളിലെ കണക്കുകളിലെപ്പോലെ ഒരു മട്ടത്രികോണം സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ, സ്തൂപികയുടെ ഉയരം $\sqrt{(3 \times 5^2) - 5^2} = 5\sqrt{2}$ സെമീ

4. സ്തൂപികയ്ക്കുള്ളിൽ, പാർശവക്ക് കർണമായും, ഉയരവും പാദവികർണത്തിന്റെ പകുതിയും ലംബവശങ്ങളായും ഒരു മട്ടത്രികോണം ചിത്രത്തിലേതുപോലെ സങ്കൽപ്പിക്കാം
   പാദവികർണം $8\sqrt{2}$ സെന്റിമീറ്റർ ആയതിനാൽ, ഉയരം $\sqrt{9^2 - (4\sqrt{2})^2} = 7$ സെമീ



5. സ്തൂപിക ഉരുക്കി ചെറിയ സ്തൂപികകളാക്കുമ്പോൾ, മൊത്തം വ്യാപ്തം മാറുന്നില്ല. ചെറിയ സ്തൂപികകൾക്കെല്ലാം ഒരേ അളവുകളായതിനാൽ, അവയ്ക്കെല്ലാം ഒരേ വ്യാപ്തവുമാണ്. ഏതു സ്തൂപികയുടേയും വ്യാപ്തം, പാദപരപ്പളവിനെ ഉയരംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചതിന്റെ മൂന്നിലൊന്നാണ്

   പാദം മാറ്റാതെ ഉയരം പകുതിയാക്കുമ്പോൾ, വ്യാപ്തവും പകുതിയാകുന്നു. അപ്പോൾ ഇത്തരത്തിലുള്ള രണ്ടു സ്തൂപികയുണ്ടാക്കാം

   പാദം പകുതിയാകുമ്പോൾ, അതിന്റെ പരപ്പളവ് നാലിലൊന്നാകും. അതിനാൽ, ഉയരം മാറ്റാതെ പാദം പകുതിയാക്കിയാൽ, വ്യാപ്തം നാലിലൊന്നാകും. അപ്പോൾ ഇത്തരത്തിലുള്ള നാലു സ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം

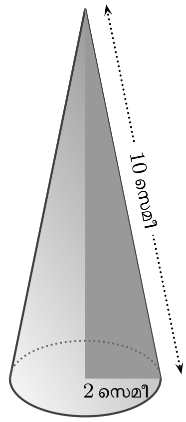
   പാദവും ഉയരവും പകുതിയാക്കുമ്പോൾ, വ്യാപ്തം എട്ടിലൊന്നാകും; ഇത്തരത്തിലുള്ള എട്ടു സ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം

6. സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം, വൃത്താംശം വെട്ടിയെടുത്ത വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം തന്നെ; അതായത് 12 സെന്റിമീറ്റർ

   സ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, വൃത്താംശം വെട്ടിയെടുത്ത വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ $\frac{1}{6}$ ഭാഗമാണ്. അപ്പോൾ പാദവൃത്തത്തിന്റെ ആരവും, വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ $\frac{1}{6}$ ഭാഗംതന്നെയാണ്; അതായത്, 2 സെന്റീമീറ്റർ

7. വൃത്തംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ, $360°$ യുടെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗമായതിനാൽ അതിന്റെ ചാപനീളം, മൊത്തം വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗമാണ്; അതായത്, സ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളിന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം. അപ്പോൾ സ്തൂപികയുടെ പാദവൃത്തത്തിന്റെ ആരം, $\frac{1}{5} \times 10 = 2$ സെമീ

   സ്തൂപികയ്ക്കുള്ളിൽ, ചരിവുയരം കർണമായും, പാദത്തിന്റെ ആരവും ഉയരവും ലംബവശങ്ങളായും ചിത്രത്തിലേതുപോലെ ഒരു മട്ടത്രികോണം സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ, ഉയരം $\sqrt{10^2 - 2^2} = 4\sqrt{6}$ സെമീ (ഏകദേശം 9.8 സെന്റിമീറ്റർ)



8. തൊട്ടു മുമ്പിലത്തെ പ്രശ്നത്തിലേതുപോലെ സ്തൂപികയ്ക്കുള്ളിൽ ഒരു മട്ടത്രികോണം സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ, ചരിവുയരം $\sqrt{30^2 + 40^2} = 50$ സെമീ വൃത്താംശം വെട്ടിയെടുക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ആരം ഇതുതന്നെ.

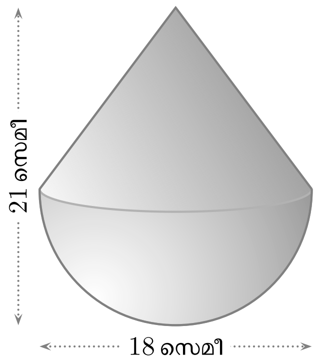
   സ്തൂപികയുടെ പാദവൃത്തത്തിന്റെ ആരം, വൃത്താംശം വെട്ടിയെടുത്ത വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ $\frac{3}{5}$ ഭാഗമാണ്; വൃത്തംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ $360° \times \frac{3}{5} = 216°$

9. ഗോളമുരുക്കി സ്തൂപികയാക്കുമ്പോൾ, വ്യപ്തം മാറുന്നില്ല. ആരം 6 സെമീ ആയതിനാൽ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $\frac{4}{3}\pi \times 6^3$ ഘസെമീ; സ്തൂപികയുടെ ഉയരം h എന്നെടുത്താൽ, വ്യാപ്തം $\frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times h$ ഘസെമീ. ഇവ തുല്യമായതിനാൽ $h = 4 \times 6 = 24$ സെമീ

10. ചിത്രത്തിൽനിന്ന്, അർധഗോളത്തിന്റെ ആരം $\frac{1}{2} \times 18 = 9$ സെമീ,
    വ്യാപ്തം $\frac{2}{3}\pi \times 9^3 = 486\pi$ ഘസെമീ

    സ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരം 9 സെമീ,
    ഉയരം $21 - 9 = 12$ സെമീ;
    വ്യാപ്തം $\frac{1}{3}\pi \times 9^2 \times 12 = 324\pi$ ഘസെമീ

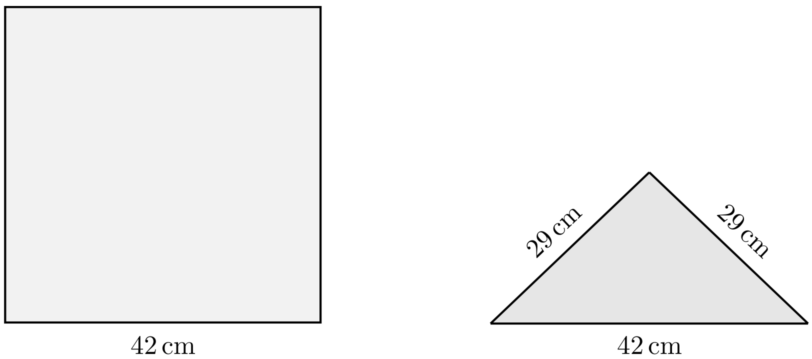
    ആകെ വ്യാപ്തം 810π ഘസെമീ



ചോദ്യങ്ങൾ

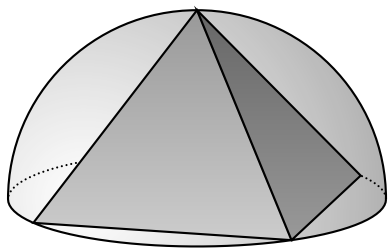
ഭാഗം 2

1. ചുവടെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന അളവുകളിൽ ഒരു സമചതുരവും, നാലു ത്രികോണങ്ങളും ചേർത്തൊട്ടിച്ച് ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കാൻ കഴിയുമോ? കാരണം വിശദമാക്കുക

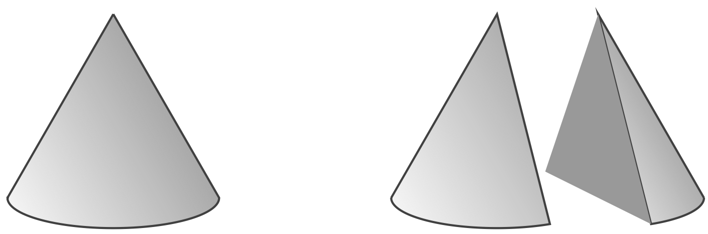


2. ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖങ്ങളെല്ലാം സമഭുജത്രികോണങ്ങളാണെങ്കിൽ, അതിന്റെ ഉയരവും ചരിവുയരവും $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണെന്നു തെളിയിക്കുക

3. ഒരു അർധഗോളത്തിൽനിന്ന് ചിത്രത്തിൽക്കാണുന്നതുപോലെ ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക ചെത്തിയെടുക്കുന്നു. അതിന്റെ പാർശ്വമുഖങ്ങളെല്ലാം സമഭുജത്രികോണങ്ങളാണെന്നു തെളിയിക്കുക



4. പാദത്തിന്റെ ആരം 10 സെന്റിമീറ്റർ ആയ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയെ, ശീർഷത്തിലൂടെ പാദത്തിന് ലംബമായി നെടുകെ മുറിച്ചു.



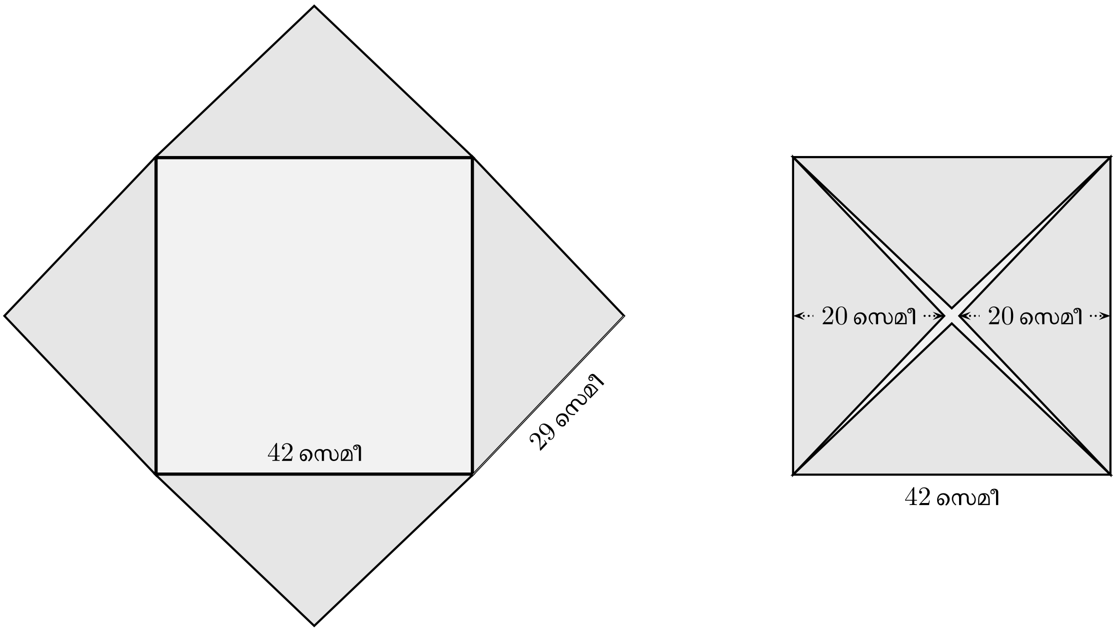
ഇങ്ങിനെ കിട്ടുന്ന രൂപങ്ങളുടെ ത്രികോണമുഖങ്ങൾ സമഭുജമാണ്. വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കിയത് അർധവൃത്തം വളച്ചിട്ടാണ് എന്നു തെളിയിക്കുക.

5. ഒരേ ആരമുള്ള കട്ടിയായ രണ്ടു അർധഗോളങ്ങളുടെ പാദങ്ങൾ ചേർത്തൊട്ടിച്ച് ഒരു ഗോളമുണ്ടാക്കുന്നു. അർധഗോളങ്ങളുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് 120 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്. ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 2

1. ചിത്രത്തിലേതുപൊലുള്ള ത്രികോണങ്ങൾ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളിലൊട്ടിച്ചു മടക്കിയാൽ, അവ സമചതുരത്തിനുള്ളിൽത്തന്നെ (കൂട്ടിമുട്ടാതെ) ചേർന്നിരിക്കും; സമചതുരത്തിനു മുകളിൽ കൂട്ടിമുട്ടുകയില്ല. അതിനാൽ സ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കാൻ കഴിയില്ല



ഇതിനു കാരണം, ത്രികോണങ്ങളുടെയെല്ലാം ഉയരം $\sqrt{29^2 - 21^2} = 20$ സെമീ ആണ്. അതിനാൽ ഇവ രണ്ടെണ്ണം വച്ചാൽ സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തേക്കാൾ (2 സെമീ) കുറവാണ്

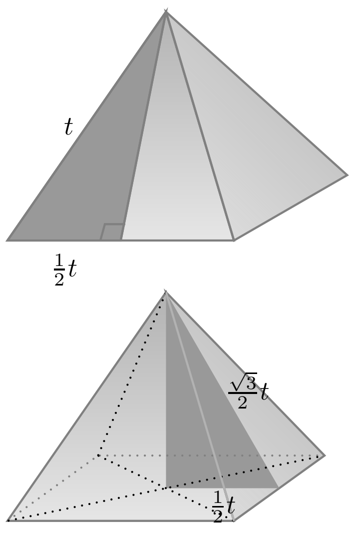
2. സമഭുജത്രികോണങ്ങളുടെയെല്ലാം വശങ്ങളുടെ നീളം t എന്നെടുത്താൽ, സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം

$$\sqrt{t^2 - \tfrac{1}{4}t^2} = \tfrac{\sqrt{3}}{2}t$$

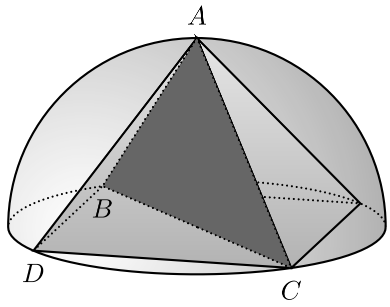
സ്തൂപികയുടെ ഉയരം

$$\sqrt{\tfrac{3}{4}t^2 - \tfrac{1}{4}t^2} = \tfrac{1}{\sqrt{2}}t = \tfrac{\sqrt{2}}{2}t$$

ഉയരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $\sqrt{2} : \sqrt{3}$



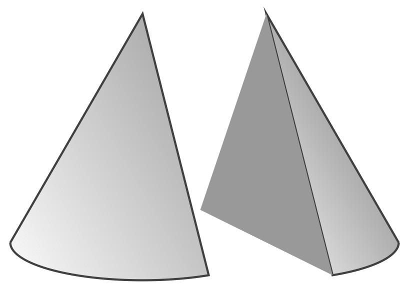
3. ചിത്രത്തിൽക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ സ്തൂപികയ്ക്കുള്ളിൽ, ശീർഷവും പാദത്തിന്റെ രണ്ടു എതിർമൂലകളും ചേർന്നൊരു ത്രികോണം ABC സങ്കൽപ്പിക്കുക. അർധവൃത്തത്തിലെ കോണായതിനാൽ, $\angle BAC$ മട്ടമാണ്. $AB = AC$ ആയതിനാൽ, ഇതൊരു സമപാർശ്വ ത്രികോണവുമാണ്



സ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ പകുതിയായ ΔBCD യും സമപാർശ്വമട്ടത്രികോണമാണ്; അതിന്റെ കർണവും BC തന്നെ

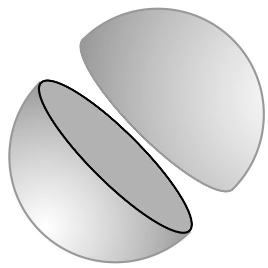
അപ്പോൾ, ഈ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളും സർവസമമാണ്. അതിനാൽ $AD = CD$. സ്തൂപികയുടെ മുഖമായതിനാൽ $AD = AC$. അതായത്, ACD സമഭുജത്രികോണമാണ്

4. സ്തൂപികയെ ശീർഷത്തിലൂടെ നെടുകെ മുറിച്ചുകിട്ടുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ പാദം, സ്തൂപികയുടെ പാദമായ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്; ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ പാർശ്വവശങ്ങൾ, സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരവും



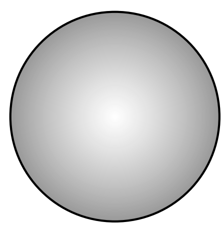
ഈ ത്രികോണം സമഭുജമായതിനാൽ, സ്തൂപികയുടെ പാദവ്യാസവും ചരിവുയരവും തുല്യമാണ്; അപ്പോൾ പാദത്തിന്റെ ആരം ചരിവുയരത്തിന്റെ പകുതിയാണ്. അതിനാൽ സ്തൂപികയുണ്ടാക്കാൻ ഉപയോഗിച്ച വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ, $\frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$ അതായത്, ഈ വൃത്താംശം അർധവൃത്തമാണ്

5. അർധഗോളത്തിന്റെ വക്രതലപരപ്പളവ്, പാദവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ്; അതിനാൽ കട്ടിയായ അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്, പാദവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങാണ്



ഇത് 120 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററായതിനാൽ, പാദത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\frac{1}{3} \times 120 = 40$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്, ഈ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ നാലു മടങ്ങാണ്; അതായത് 160 ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ



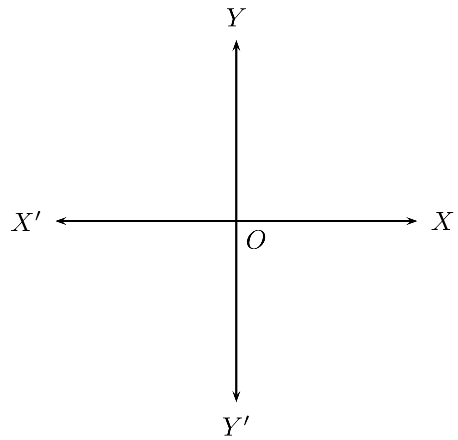
6 സൂചകസംഖ്യകൾ

അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

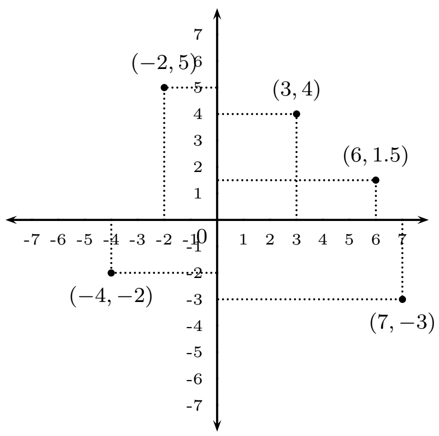
- ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങൾ വരയ്ക്കുമ്പോൾ, ഇവയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം നിശ്ചയിക്കേണ്ടി വരും; ഇതിന് രണ്ടു നിശ്ചിത വരകളിൽനിന്ന് വിവിധ അകലങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാം. അകലങ്ങൾ അളക്കാനുള്ള ഒരു ഏകകവും നിശ്ചയിക്കണം.

- സാധാരണയായി ഇത്തരം വരകൾ ഇടത്തുനിന്നു വലത്തേയ്ക്കും, മുകളിൽനിന്നു തഴേയ്ക്കുമായിട്ടാണ് എടുക്കുന്നത്. ആദ്യത്തെ വരയ്ക്ക് $X'X$ എന്നും, രണ്ടാമത്തെ വരയ്ക്ക് YY' എന്നും, ഇവ പരസ്പരം ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന് O എന്നുമാണ് പേരിടുന്നത്

  XX' എന്ന വരയെ x-അക്ഷമെന്നും YY' എന്ന വരയെ y-അക്ഷമെന്നും O എന്ന ബിന്ദുവിനെ ആധാരബിന്ദു എന്നുമാണ് പറയുന്നത്



- ഈ വരകളിൽനിന്നുള്ള അകലങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം സൂചിപ്പിക്കുമ്പോൾ, ആധാരബിന്ദുവിൽനിന്ന് വലത്തോട്ടും, മേലോട്ടുമുള്ള അകലങ്ങളെ അധിസംഖ്യകളായും, ഇടത്തോട്ടും, കീഴോട്ടുമുള്ള അകലങ്ങളെ ന്യൂനസംഖ്യകളുമായുമാണ് എടുക്കുന്നത്

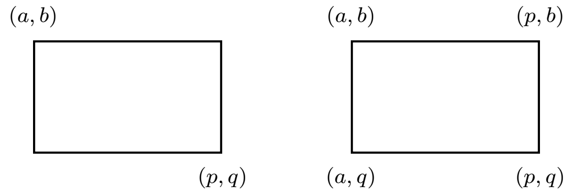


- ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം സൂചിപ്പിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഇത്തരം സംഖ്യകളെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്നാണ് പറയുന്നത്; y-അക്ഷത്തിൽനിന്നുള്ള അകലം x-സൂചകസംഖ്യയും, x-അക്ഷത്തിൽനിന്നുള്ള അകലം y-സൂചകസംഖ്യയും

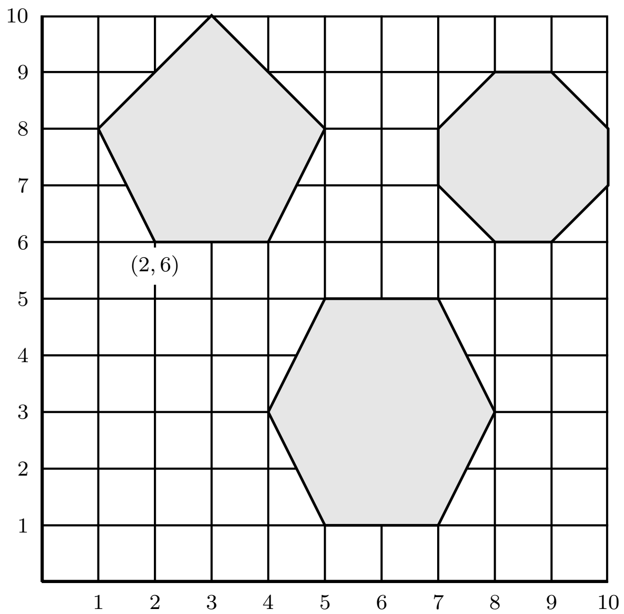
- x-അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം y-സൂചകസംഖ്യ 0 ആണ്; x-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ ഏതു വരയിലേയും ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം y-സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്

- y-അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം x-സൂചകസംഖ്യ 0 ആണ്; y-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ ഏതു വരയിലേയും ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം x-സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്

- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരമാണെങ്കിൽ, അതിലെ ഒരു ജോടീ എതിർമൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകളിൽനിന്ന്, മറ്റേ ജോടി എതിർമൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാം

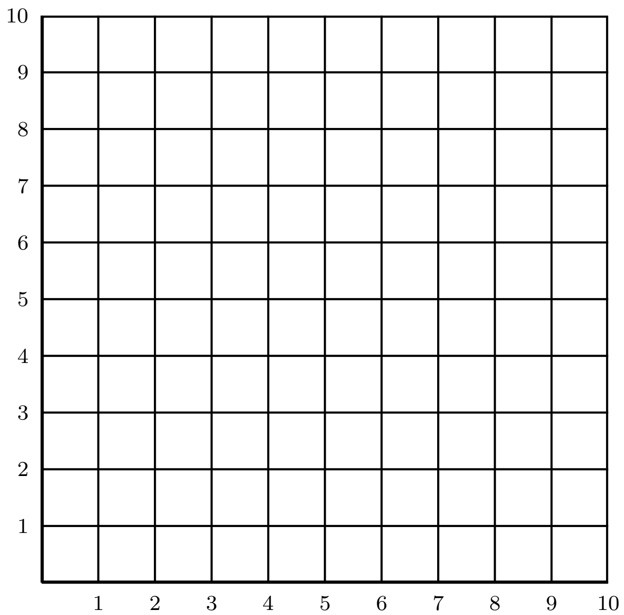


☞ ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമചതുരത്തിനകത്ത് കുറേ ബഹുഭുജങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു:

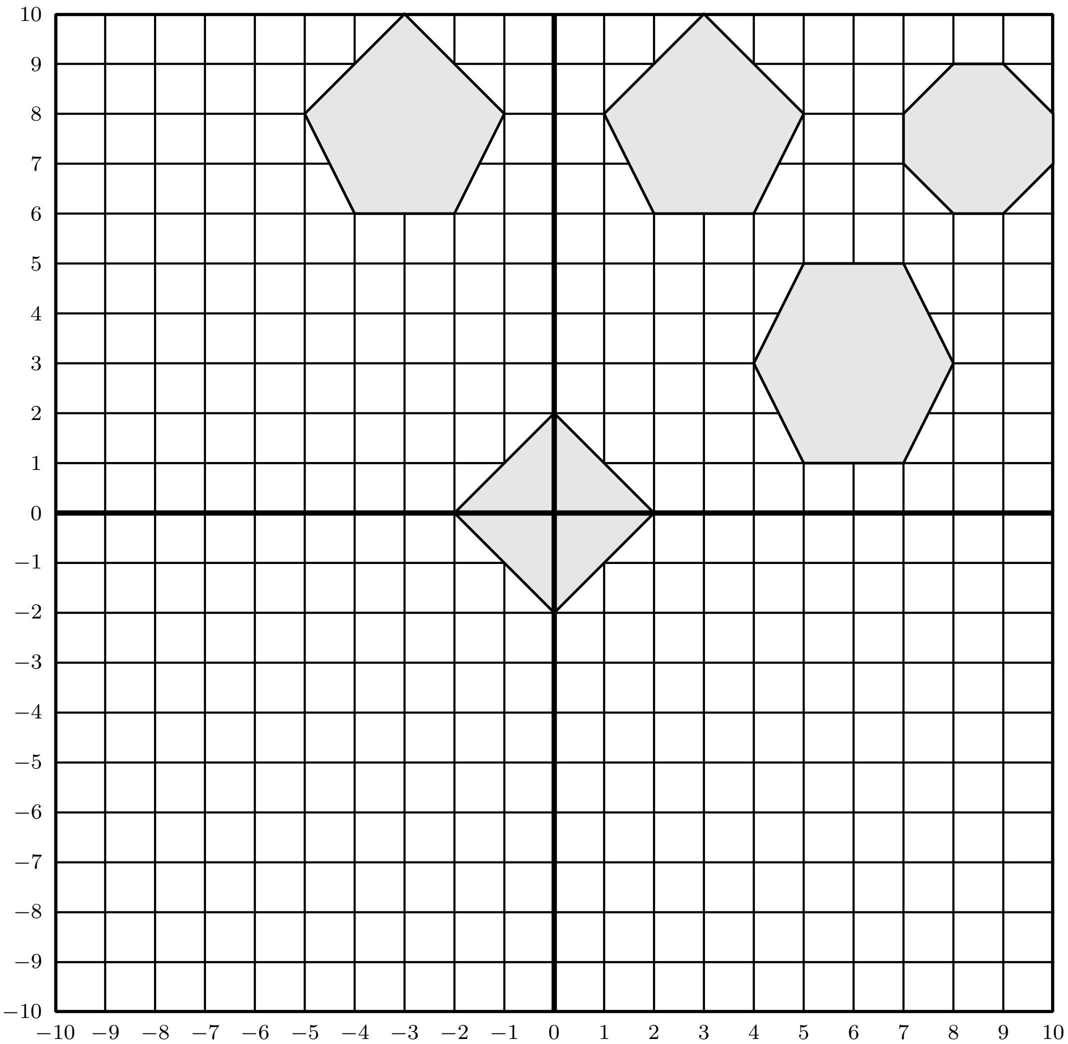


✍ ബഹുഭുജങ്ങളുടെയെല്ലാം ഓരോ മൂലയും, സമചതുരത്തിന്റെ ഇടത്തെ വശത്തു നിന്നും എത്രാമത്തെ വരയിലാണെന്നും, താഴത്തെ വശത്തുനിന്ന് എത്രാമത്തെ വരയിലാണെന്നും കണ്ടുപിടിച്ച്, ഈ സംഖ്യാജോടികൾ അതിനു ചുവടെ എഴുതുക. (ഒരു മൂല അടയാളപ്പെടുത്തിയത് ശ്രദ്ധിക്കുക)

✍ മുകളിലെ ചിത്രത്തിലെ ബഹുഭുജങ്ങളെല്ലാം, അതേ സ്ഥാനങ്ങളിൽ ചുവടെയുള്ള സമചതുരത്തിൽ വരയ്ക്കുക



☞ ആദ്യത്തെ ചിത്രത്തിലെ സമചതുരത്തെ ചുവടെക്കാണുന്നതുപോലെ വലുതാക്കി:



✍ ആദ്യത്തെ ചിത്രത്തിൽ ബഹുഭുജങ്ങളുടെ മൂലകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യാജോടികൾ ഇതിലും പകർത്തിയെഴുതുക

✍ പുതുതായി നടുവിൽ വരച്ച സമചതുരത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സംഖ്യാജോടികൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക

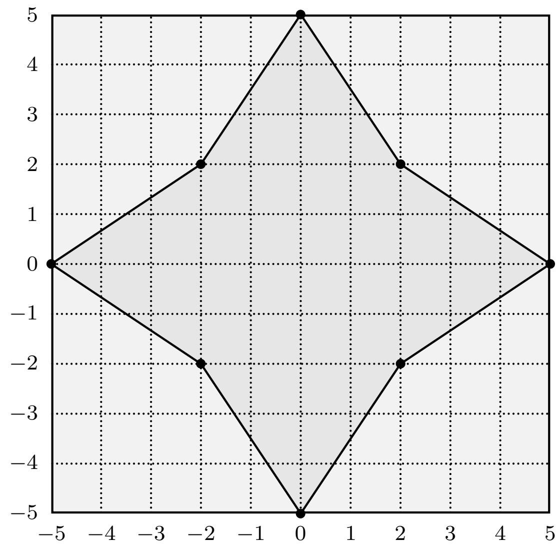
✍ ആദ്യത്തെ ചിത്രത്തിലെ പഞ്ചഭുജത്തിന്റെ ഇടത്തോട്ടുള്ള പ്രതിബിംബം വരച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇതിന്റെ മൂലകളുടെ സംഖ്യാജോടികൾ എഴുതുക

✍ ഇതുപോലെ ഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ ഇടത്തോട്ടുള്ള പ്രതിബിംബം വരച്ച് മൂലകളുടെ സംഖ്യാജോടികൾ എഴുതുക

✍ ആദ്യത്തെ ഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ താഴോട്ടുള്ള പ്രതിബിംബം വരച്ച് മൂലകളുടെ സംഖ്യാജോടികൾ എഴുതുക

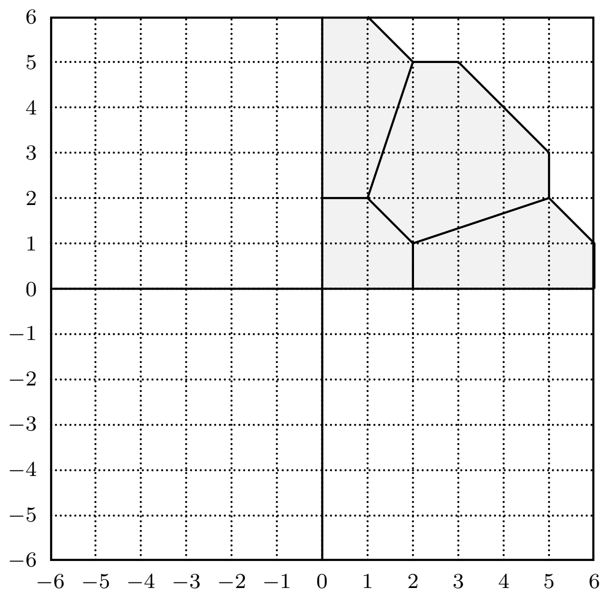
വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

☞ സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കടലാസിൽനിന്ന് ചുവടെക്കാണുന്നപോലെ ഒരു രൂപം വെട്ടിയെടുക്കണം



✍ ഈ രൂപത്തിന്റെ എട്ടു മൂലകളേയും സൂചിപ്പിക്കാനുള്ള സംഖ്യാജോടികൾ എഴുതുക

☞ ഒരു ചിത്രത്തിന്റെ കാൽഭാഗം ചുവടെ വരച്ചിട്ടുണ്ട്



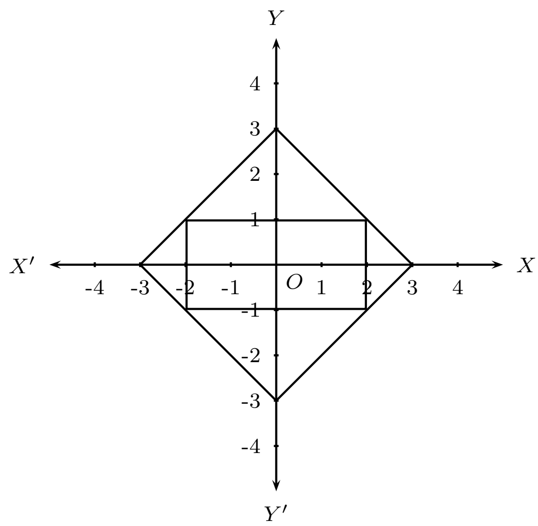
✍ ഇതിലെ മൂലകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യാജോടികൾ എഴുതുക

✍ ഇനി വരയ്ക്കാനുള്ള മൂലകളുടെ സംഖ്യാജോടികൾ എഴുതുക

✍ ചിത്രം പൂർത്തിയാക്കുക

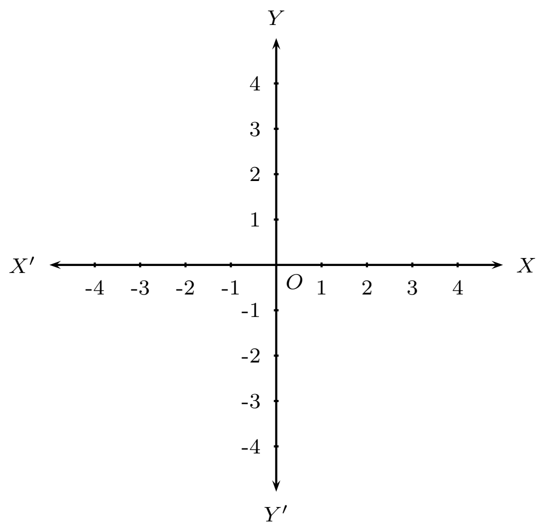
വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

☞ ചിത്രത്തിൽ ഒരു ചതുരവും, ഒരു സമചതുരവും വരച്ചിട്ടുണ്ട്:



✍ ഇവയുടെ മൂലകളുടെയെല്ലാം സൂചകസംഖ്യകൾ ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക

☞ ചുവടെ രണ്ടു അക്ഷങ്ങൾ വരച്ചിട്ടുണ്ട്



✍ ഇവയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി $(-4,-4)$, $(-2,2)$, $(4,4)$, $(2,-2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ക്രമമായി യോജിപ്പിച്ച് ഒരു ചതുർഭുജം വരയ്ക്കുക

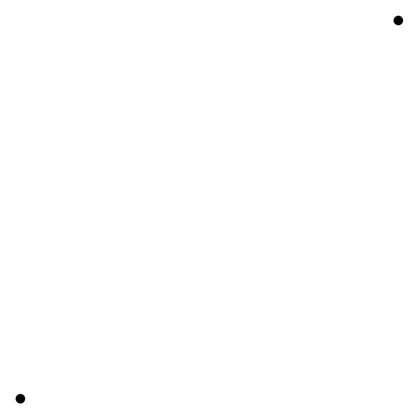
✍ $(-3,-1)$, $(1,3)$, $(3,1)$, $(-1,-3)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ക്രമമായി യോജിപ്പിച്ച് ഒരു ചതുർഭുജം വരയ്ക്കുക

☞ ചുവടെ ഒരു ചതുരം വരച്ചിട്ടുണ്ട്

- ചതുരത്തിനടുത്ത് എവിടെയെങ്കിലും, അതിന്റെ വശങ്ങൾക്കു സമാന്തരമായി രണ്ടു വരകൾ വരയ്ക്കുക
- അവ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിൽനിന്ന് ഒരേ അകലം ഇടവിട്ട് ഇടത്തേയ്ക്കും വലത്തേയ്ക്കും, മുകളിലേയ്ക്കും താഴേയ്ക്കും ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക
- ഈ വരകൾ അക്ഷങ്ങളായും, അടയാളപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം നീളത്തിന്റെ ഏകകമായും എടുത്തുകൊണ്ട് ചതുരത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- ചതുരത്തിന്റെ ഒരു ജോടി എതിർമൂലകളുടേയും, മറ്റേ ജോടി എതിർമൂലകളുടേയും സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ? ചിത്രങ്ങൾ കൈമാറി, പരിശോധിക്കുക

വർക്ക്ഷീറ്റ് 5

☞ ചുവടെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്

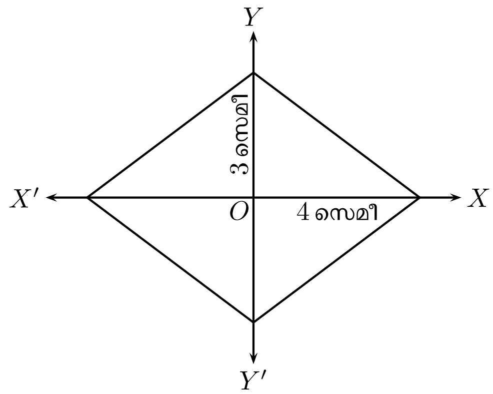


- ഇവയുടെയടുത്ത് എവിടെയെങ്കിലും, കടലാസിന്റെ വക്കുകൾക്കു സമാന്തരമായി അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കുക
- നീളമളക്കാൻ ഒരു ഏകകം തീരുമാനിക്കുക
- അക്ഷങ്ങളുടേയും, നീളമളക്കാനുള്ള ഏകകത്തിന്റേയും അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഈ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക
- ഈ ബിന്ദുക്കൾ എതിർമൂലകളായും, വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരമായും ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കുക
- ചതുരത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക
- ചിത്രങ്ങൾ കൈമാറി പരിശോധിക്കുക

ചോദ്യങ്ങൾ

ഭാഗം 1

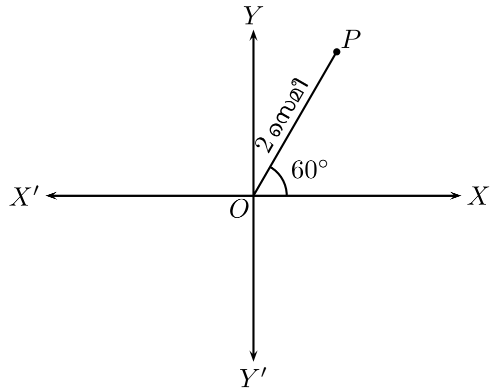
1. ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ അക്ഷങ്ങളായി എടുത്തിരിക്കുന്നു. നീളത്തിന്റെ ഏകകം 1 സെന്റിമീറ്റർ. അതിന്റെ നാലു മൂലകളുടേയും സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.



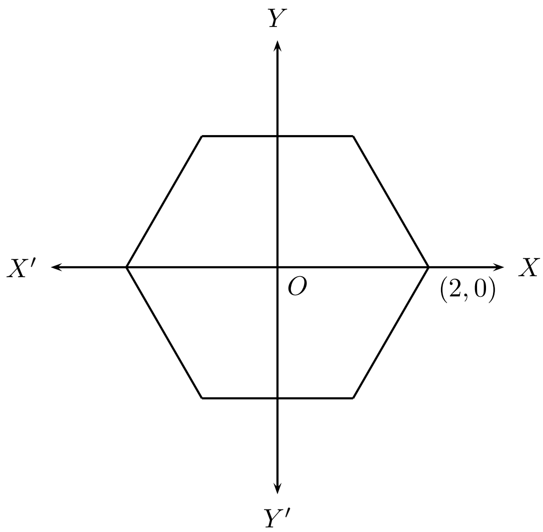
2. നീളത്തിന്റെ ഏകകം 1 സെന്റിമീറ്റർ ആയി അക്ഷങ്ങളിൽ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു. ആധാരബിന്ദുവിൽനിന്ന് 3 സെന്റിമീറ്റർ അകലെ അക്ഷങ്ങളിലുള്ള നാലു ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്? ഇവ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ സവിശേഷത എന്താണ്?

3. $(3, 2)$ എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ x-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, y-അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്? ഇതേ ബിന്ദുവിലൂടെ y-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, x-അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?

4. ചിത്രത്തിൽ, നീളത്തിന്റെ ഏകകം 1 സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?



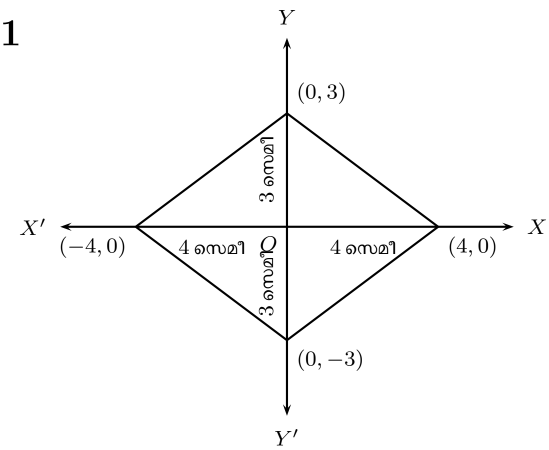
5. ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമഷഡ്ഭുജമാണ് കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇതിന്റെ മറ്റുമൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക



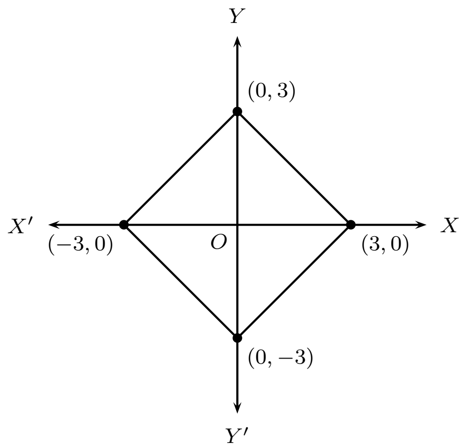
ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 1

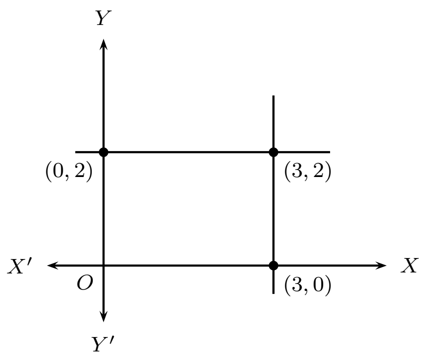
1. തന്നിട്ടുള്ള അളവുകളിൽനിന്ന്, സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ രണ്ടു മൂലകൾ $(4, 0)$, $(0, 3)$ എന്നു കിട്ടും. സാമാന്തരികമായതിനാൽ, വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം സമഭാഗം ചെയ്യും. അപ്പോൾ മറ്റു രണ്ടു മൂലകൾ $(-4, 0)$, $(0, -3)$ എന്നും കിട്ടും



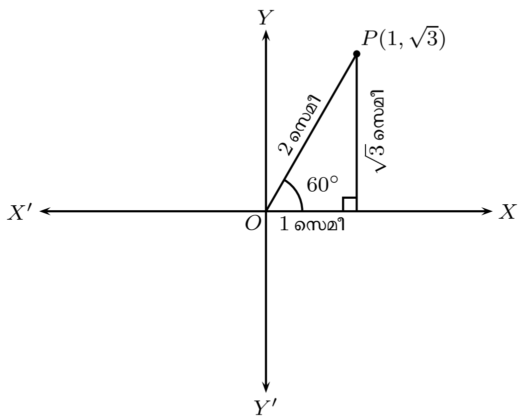
2. ബിന്ദുക്കൾ $(3, 0)$, $(0, 3)$, $(-3, 0)$, $(0, -3)$ ചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ തുല്യവും, പരസ്പരം ലംബവും ആയതിനാൽ അതൊരു സമചതുരമാണ്



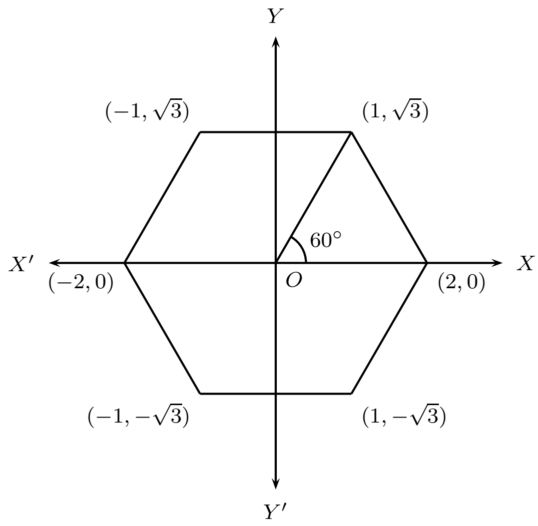
3. ചിത്രത്തിൽക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ, ബിന്ദുക്കൾ $(3, 0)$, $(0, 2)$



4. ചിത്രത്തിലേതുപോലെ ലംബം വരച്ചാൽ, സൂചകസംഖ്യകൾ $(1, \sqrt{3})$ എന്നു കാണാം, (ത്രികോണമിതി എന്ന പാഠം നോക്കുക)



5. മുമ്പിലത്തെ കണക്കുപോലെ, ഒരു മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(1, \sqrt{3})$ എന്നു കണ്ടുപിടിക്കാം. മറ്റുമൂലകളും ഇതുപോലെ ആധാരബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ച്, സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാം



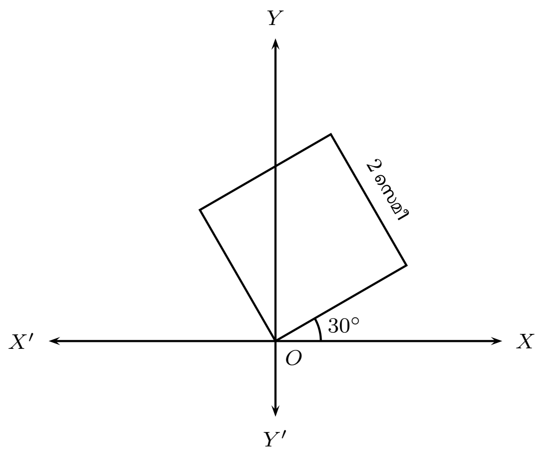
ചോദ്യങ്ങൾ

ഭാഗം 2

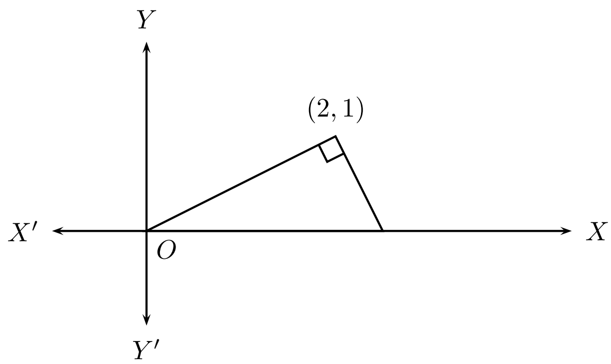
1. $(-1, 0)$ എന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമായും, ആരം 5 ആയും വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തം x-അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ ഏതൊക്കെയാണ്? y-അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളോ?

2. ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(-2, 0)$, $(4, 0)$ എന്നിവയാണ്. മൂന്നാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?

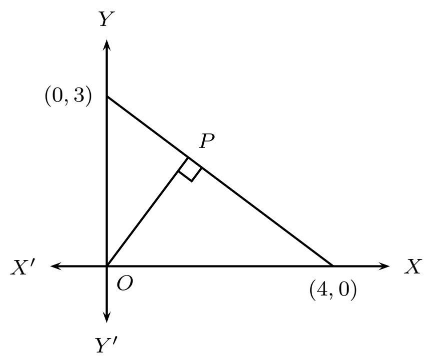
3. ചിത്രത്തിൽ, ഒരു സമചതുരം ചരിച്ചു വരച്ചിരിക്കുന്നു. നീളത്തിന്റെ ഏകകം 1 സെന്റിമീറ്ററായി എടുത്ത്, ഈ സമചതുരത്തിന്റെ മൂലകളുടെയെല്ലാം സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക



4. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക:



5. ചിത്രത്തിലെ P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക

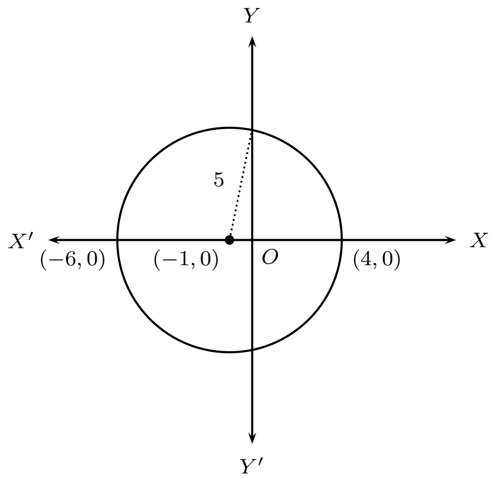


ഉത്തരങ്ങൾ

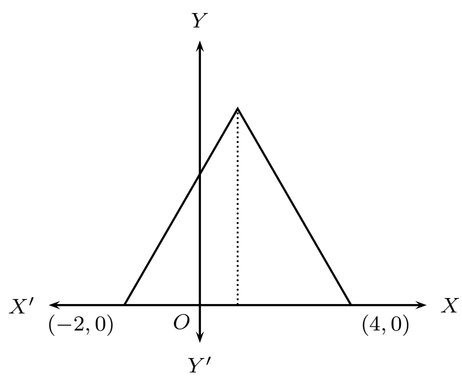
ഭാഗം 2

1. വൃത്തം x-അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ $(-1, 0)$ ൽനിന്ന് ഇരുവശത്തും 5 അകലത്തിലാണ്; അതായത് $(-6, 0)$, $(4, 0)$

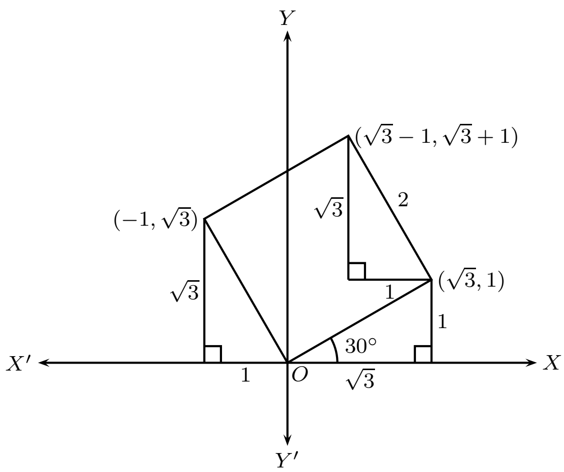
   വൃത്തകേന്ദ്രവും, വൃത്തം y-അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ഒരു ബിന്ദുവും ചേർത്തു വരച്ചാൽ കിട്ടുന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽനിന്ന്, ഈ ബിന്ദു x-അക്ഷത്തിൽനിന്ന് $\sqrt{5^2 - 1} = 2\sqrt{6}$ ഉയരത്തിലാണെന്നു കാണാം; അപ്പോൾ വൃത്തം y-അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(0, 2\sqrt{6})$, $(0, -2\sqrt{6})$



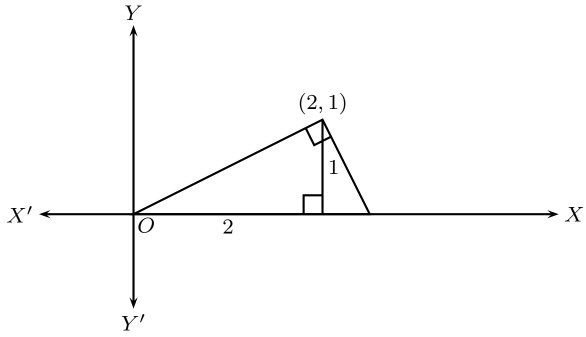
2. സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം $4 - (-2) = 6$. അപ്പോൾ അതിന്റെ മുകളിലത്തെ മൂലയിൽനിന്ന് താഴത്തെ വശത്തേയ്ക്ക് ലംബം വരച്ചാൽ, അതിന്റെ ചുവട്, ആധാരബിന്ദുവിൽനിന്ന് $4 - \left(\frac{1}{2} \times 6\right) = 1$ അകലെയാണ്; ഈ ലംബത്തിന്റെ ഉയരം $\frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$. ത്രികോണത്തിന്റെ മുകൾമൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(1, 3\sqrt{3})$



3. ചിത്രത്തിൽക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ലംബരേഖകൾ വരച്ചാൽ, സർവസമമായ മൂന്നു മട്ടത്രികോണങ്ങൾ കിട്ടും. ഇവയുടെ കർണം 2 ഉം, മറ്റു രണ്ടു കോണുകൾ $60°, 30°$ ഉം ആയതിനാൽ ഈ ത്രികോണങ്ങളുടെ ലംബവശങ്ങളും, അതിൽനിന്ന് സമചതുരത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകളും ചിത്രത്തിലേതുപോലെ കണക്കാക്കാം

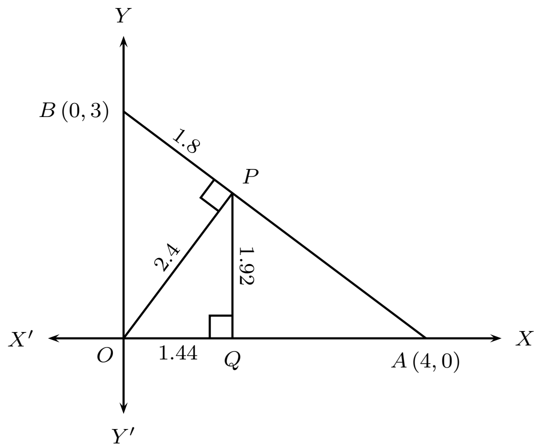


4. ചിത്രത്തിൽക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഒരു ലംബം വരച്ചാൽ, തന്നിട്ടുള്ള മട്ട ത്രികോണത്തെ സദൃശമായ രണ്ടു മട്ടു ത്രികോണങ്ങളായി ഭാഗിക്കാം.



ഇവയിലെ വലുതിന്റെ ഏറ്റവും നീളം കുറഞ്ഞ വശം, അതിനോട് ലംബമായ വശത്തിന്റെ പകുതിയാണ്. ചെറിയ ത്രികോണത്തിലും ഇതുപോലെതന്നെ ആകണം; അതിനാൽ, ചെറിയ ത്രികോണ ത്തിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ വശം $\frac{1}{2}$. മൂന്നാം മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(2\frac{1}{2}, 0)$

5. ചിത്രത്തിലെ OAB എന്ന മട്ടത്രികോണ ത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 3, 4, 5 എന്നിങ്ങിനെ യാണ്.



OPB എന്ന മട്ടത്രികോണം ഇതിനു സദൃ ശമാണ്; അതിന്റെ കർണം 3; അപ്പോൾ അതിന്റെ ലംബ വശങ്ങൾ

$$3 \times \frac{3}{5} = 3 \times 0.6 = 1.8$$
$$3 \times \frac{4}{5} = 3 \times 0.8 = 2.4$$

OPQ എന്ന മട്ടത്രികോണവും ഈ ത്രി കോണങ്ങൾക്കു സദൃശമാണ്; അതിന്റെ കർണം 2.4; അപ്പോൾ അതിന്റെ ലംബ വശങ്ങൾ

$$2.4 \times 0.6 = 1.44$$
$$2.4 \times 0.8 = 1.92$$

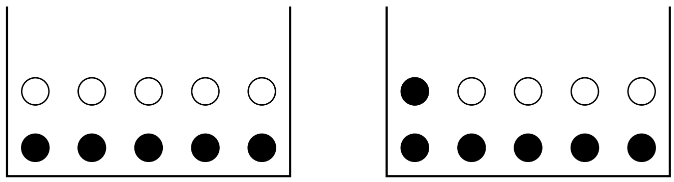
അതായത്, P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(1.44, 1.92)$

7 സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

- ഒരു പ്രവൃത്തിയുടെ ഫലങ്ങൾ പലതരത്തിൽ സംഭവിക്കാവുന്ന സന്ദർഭങ്ങളിൽ, ഒരു നിശ്ചിത സംഭവത്തിന്റെ സാധ്യത എന്നത്, അതിന് അനുകൂലമായ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എത്ര ഭാഗമാണ് എന്ന ഭിന്നസംഖ്യയാണ്
- രണ്ടു പ്രവൃത്തികൾ വെവ്വേറെ ചെയ്യാൻ പലപല മാർഗങ്ങളുണ്ടെങ്കിൽ, അവ ഒരുമിച്ച് (അല്ലെങ്കിൽ ഒന്നിനുശേഷം മറ്റൊന്നായി) ചെയ്യാനുള്ള മാർഗങ്ങളുടെ എണ്ണം, അവ വെവ്വേറെ ചെയ്യാവുന്ന മാർഗങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ഗുണനഫലമാണ്

☞ കറുപ്പും വെളുപ്പും മുത്തുകളിട്ട രണ്ടു പെട്ടികളാണ് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്



പെട്ടി 1 പെട്ടി 2

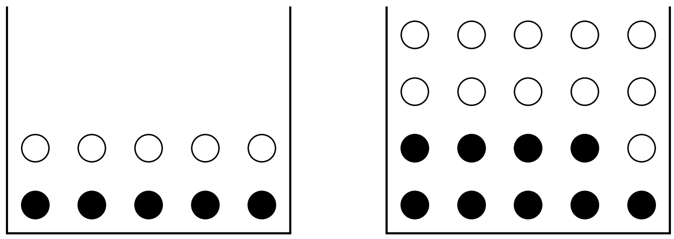
ഏതെങ്കിലും പെട്ടിയെടുത്ത്, അതിൽനിന്ന് നോക്കാതെ ഒരു മുത്തെടുക്കണം. കറുത്ത മുത്തു കിട്ടിയാൽ ജയിച്ചു

✍ ഏതു പെട്ടി എടുക്കുന്നതാണ് നല്ലത്? ☐

✍ എന്തുകൊണ്ട്?

....

☞ പെട്ടികളിലെ മുത്തുകൾ ഇങ്ങിനെ ആയാലോ?



പെട്ടി 1 പെട്ടി 1

✍ പെട്ടി 1 ൽ കറുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം ആകെ മുത്തുകളുടെ ☐ ഭാഗമാണ്

✍ പെട്ടി 2 ൽ കറുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം ആകെ മുത്തുകളുടെ ☐ ഭാഗമാണ്

✍ ഏതു പെട്ടി എടുക്കുന്നതാണ് നല്ലത്? ☐

☞ 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ

- 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട് ?
- 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട് ?
- 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട് ?
- 2 ന്റേയും 3 ന്റേയും ഗുണിതങ്ങളായ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട് ?
- 3 ന്റേയും 4 ന്റേയും ഗുണിതങ്ങളായ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട് ?
- 2 ന്റേയും 3 ന്റേയും 4 ന്റേയും ഗുണിതങ്ങളായ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട് ?

☞ 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ കടലാസു കഷണങ്ങളിൽ എഴുതി ഒരു പെട്ടിയിലിട്ട്, അതിൽനിന്ന് ഒരു കടലാസ് എടുക്കുന്നു

- കിട്ടിയ സംഖ്യ 2 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ? $\square = \square$
- 3 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?
- 4 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ? $\square = \square$
- 2 ന്റേയും 3 ന്റേയും ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ? $\square = \square$
- 3 ന്റേയും 4 ന്റേയും ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?
- 2 ന്റേയും 3 ന്റേയും 4 ന്റേയും ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?

വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

☞ രണ്ടക്ക സംഖ്യകളെല്ലാം ചുവടെ എഴുതിയിട്ടുണ്ട്:

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

- ആകെ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട്? $\boxed{}$

- ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം, പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തേക്കാൾ ചെറുതായ സംഖ്യകളുടെയെല്ലാം ചുറ്റും വട്ടം വരയ്ക്കുക

- ഇത്തരം എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട്? $\boxed{}$

- രണ്ടക്കങ്ങളും തുല്യമായ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട്? $\boxed{}$

- ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം, പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തേക്കാൾ വലുതായ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട്? $\boxed{}$

☞ ഒരാളോട് ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യ പറയാൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു

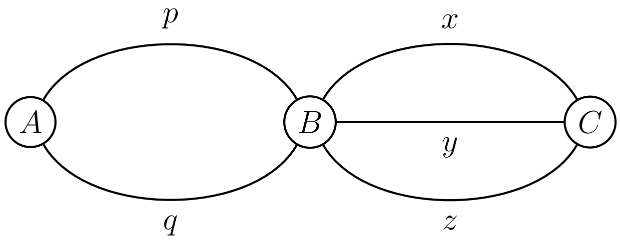
- ഇതിൽ ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം, പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തേക്കാൾ ചെറുതാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്? $\boxed{} = \boxed{}$

- ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം, പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തേക്കാൾ വലുതാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്? $\boxed{} = \boxed{}$

- രണ്ടക്കങ്ങളും തുല്യമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്? $\boxed{} = \boxed{}$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

☞ A എന്ന സ്ഥലത്തുനിന്ന് B എന്ന സ്ഥലത്തേയ്ക്കു പോകാൻ p, q എന്ന രണ്ടു വഴികളുണ്ട്; B ൽനിന്ന് C ലേയ്ക്ക് x, y, z എന്ന മൂന്നു വഴികളും



A ൽനിന്ന് B ലൂടെ C ലെത്താൻ എത്ര വഴികളുണ്ടെന്നു കണ്ടുപിടിക്കണം

✍ A ൽനിന്നു B ലേയ്ക്ക് p എന്ന വഴിയിലൂടെ പോയാൽ, മൊത്തം യാത്ര ഏതെല്ലാം തരത്തിലാകാം?

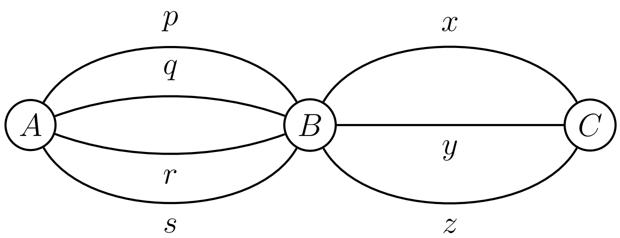
(p, x) $\boxed{\qquad}$ $\boxed{\qquad}$

✍ A ൽനിന്നു B ലേയ്ക്ക് q എന്ന വഴിയിലൂടെയാണ് പോയതെങ്കിലോ?

$\boxed{\qquad}$ $\boxed{\qquad}$ $\boxed{\qquad}$

✍ ആകെ എത്ര വഴികൾ? $\boxed{\quad}$

☞ A ൽനിന്ന് B ലേയ്ക്ക് 4 വഴികളുണ്ടെങ്കിലോ?



✍ വഴികളെല്ലാം എഴുതിനോക്കൂ:

(p, x)	(p, y)	(p, z)
$\boxed{\qquad}$	$\boxed{\qquad}$	$\boxed{\qquad}$
$\boxed{\qquad}$	$\boxed{\qquad}$	$\boxed{\qquad}$
$\boxed{\qquad}$	$\boxed{\qquad}$	$\boxed{\qquad}$

✍ ആകെ എത്ര വഴികൾ? $\boxed{\quad} \times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

☞ 1 മുതൽ 6 വരെ സംഖ്യകൾ എഴുതിയിട്ടുള്ള രണ്ടു പകിടകളുരുട്ടുന്നു

✍ ഇങ്ങിനെ കിട്ടുന്ന സംഖ്യാജോടികളെല്ലാം ചുവടെ എഴുതുക

$(1,1)$	$(1,2)$	$(1,3)$	$(1,4)$	$(1,5)$	$(1,6)$
$(2,1)$					

✍ ആകെ എത്ര ജോടികളുണ്ട്? $\square \times \square = \square$

✍ ഇവയിൽ, തുക 2 ആകുന്ന എത്ര ജോടികളുണ്ട്? $\square$

✍ തുക 2 കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്? $\square$

✍ ഇതുപോലെ മറ്റു സാധ്യതകൾ കണ്ടുപിടിച്ച്, ചുവടെയുള്ള പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക

തുക											
സാധ്യത											

✍ ഏതു തുക കിട്ടാനാണ് ഏറ്റവും കൂടുതൽ സാധ്യത? $\square$

ചോദ്യങ്ങൾ

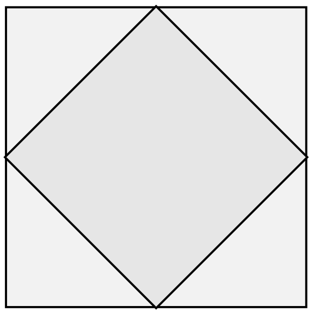
1. ഒരു ചെപ്പിൽ ഒരു കറുത്ത മുത്തും ഒരു വെളുത്ത മുത്തുമുണ്ട്; മറ്റൊരു ചെപ്പിൽ ഒരു കറുത്ത മുത്തും രണ്ടു വെളുത്ത മുത്തും

   (a) ആദ്യത്തെ ചെപ്പിൽനിന്ന് ഒരു മുത്തെടുത്താൽ, അതു കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?

   (b) രണ്ടാമത്തെ ചെപ്പിൽനിന്ന് ഒരു മുത്തെടുത്താൽ, അതു കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?

   (c) രണ്ടു ചെപ്പിലുമുള്ള മുത്തുകൾ ഒരേ ചെപ്പിലാക്കി, അതിൽനിന്ന് ഒരു മുത്തെടുത്താൽ, അതു കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?

2. ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് മറ്റൊരു സമചതുരം വരച്ചിരിക്കുന്നു. വലിയ സമചതുരത്തിനുള്ളിൽ നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ, അത് ചെറിയ സമചതുരത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?



3. 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളെഴുതിയ കടലാസ് കഷണങ്ങൾ ഒരു പെട്ടിയിലിട്ടിക്കുന്നു. ഇവയിൽനിന്ന് നോക്കാതെ ഒരെണ്ണം എടുത്താൽ അത്

   (a) 4 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?

   (b) 6 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?

   (c) 4 ന്റേയും 6 ന്റേയും ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?

4. പത്താംക്ലാസ് A ഡിവിഷനിൽ 25 പെൺകുട്ടികളും 20 ആൺകുട്ടികളുമുണ്ട്; B ഡിവിഷനിൽ 20 പെൺകുട്ടികളും 20 ആൺകുട്ടികളുമാണ് ഉള്ളത്; ഗണിതമേളയിൽ പങ്കെടുക്കാൻ ഓരോ ഡിവിഷനിൽനിന്നും ഒരു കുട്ടിയെ വേണം

   (a) രണ്ടും പെൺകുട്ടികൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?

   (b) രണ്ടും ആൺകുട്ടികൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?

   (c) ഒരു ആൺകുട്ടിയും ഒരു പെൺകുട്ടിയും ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?

5. രണ്ടു പകിടകൾ ഒന്നിച്ചുരുട്ടുന്നു. ഇങ്ങിനെ കിട്ടുന്ന ഒരു ജോടി സംഖ്യകളിൽ,

   (a) രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?

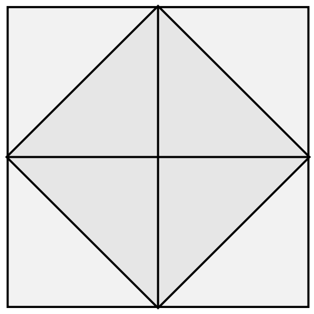
   (b) രണ്ടും ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ് ?

   (c) ഒരു ഒറ്റസംഖ്യയും ഒരു ഇരട്ടസംഖ്യയുമാകാൻ സാധ്യത എന്താണ് ?

ഉത്തരങ്ങൾ

1. ആദ്യത്തെ ചെപ്പിൽനിന്ന് കറുത്ത മുത്തു കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത $\frac{1}{2}$; രണ്ടാമത്തെ ചെപ്പിൽനിന്ന് കറുത്ത മുത്തു കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത $\frac{1}{3}$. മുത്തുകളെല്ലാം ഒന്നിച്ചാക്കിയാൽ, ആകെ 5 മുത്ത്, അതിൽ കറുത്തത് 2; കറുത്ത മുത്തു കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത $\frac{2}{5}$

2. ചിത്രത്തിൽക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ, വലിയ സമചതുരത്തെ 8 മട്ടത്രികോണങ്ങളായി ഭാഗിക്കാം; ഇവയിൽ 4 എണ്ണം ചേർന്നതാണ് ചെറിയ സമചതുരം. അപ്പോൾ ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ പകുതിയാണ്.

   അതിനാൽ കുത്ത് ചെറിയ സമചതുരത്തിനുള്ളിൽ ആകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{1}{2}$

3. ആകെ 100 സംഖ്യകളിൽ, 4ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ എണ്ണം 25; അതിനാൽ 4ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

   6ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ എണ്ണം 16; അതിനാൽ 6ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{16}{100} = \frac{4}{25}$

   4ന്റേയും 6ന്റേയും ഗുണിതം ആകണമെങ്കിൽ 12ന്റെ ഗുണിതമാകണം; അവയുടെ എണ്ണം 8; സാധ്യത $\frac{8}{100} = \frac{2}{25}$

4. ഓരോ ഡിവിഷനിൽനിന്നും ഒരു കുട്ടിയെ എടുത്താൽ കിട്ടാവുന്ന ജോടികളുടെ എണ്ണം $(25+20)\times(20+20) = 1800$; ഇവയിൽ, രണ്ടും പെൺകുട്ടികളായ ജോടികളുടെ എണ്ണം $25\times 20 = 500$, രണ്ടും ആൺകുട്ടികളായ ജോടികളുടെ എണ്ണം $20\times 20 = 400$, അപ്പോൾ രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{500}{1800} = \frac{5}{18}$; രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{400}{1800} = \frac{2}{9}$

   A ഡിവിഷനിൽനിന്ന് പെൺകുട്ടിയും, B ഡിവിഷനിൽനിന്ന് ആൺകുട്ടിയും വരുന്ന ജോടികൾ $25\times 20 = 500$; മറിച്ച്, A ദിവിഷനിൽനിന്ന് ആൺകുട്ടിയും, B ദിവിഷനിൽനിന്ന് പെൺകുട്ടിയും വരുന്ന ജോടികൾ $20\times 20 = 400$; അപ്പോൾ ഒരു പെൺകുട്ടിയും ഒരാൺകുട്ടിയും വരുന്ന ജോടീകൾ $500+400 = 900$. ഇങ്ങിനെ ഒരു ജോടി വരാനുള്ള സാധ്യത $\frac{900}{1800} = \frac{1}{2}$

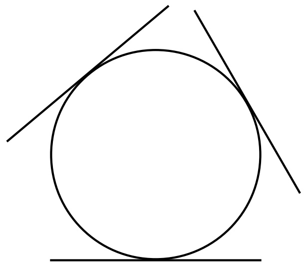
5. രണ്ടു പകിടകൾ ഒന്നിച്ച് ഉരുട്ടുമ്പോൾ കിട്ടാവുന്ന സംഖ്യാജോടികളുടെ എണ്ണം $6\times 6 = 36$. ഇവയിൽ രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യ ആകുന്നവയുടെ എണ്ണം $3\times 3 = 9$; രണ്ടും ഇരട്ടസംഖ്യ ആകുന്നവയുടെ എണ്ണവും $3\times 3 = 9$. അപ്പോൾ രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യതയും, രണ്ടും ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യതയും $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ തന്നെ

   പകിടകളെ ഒന്നാം പകിട, രണ്ടാം പകിട എന്നു വേർതിരിച്ചാൽ, ഒന്നാം പകിടയിലെ സംഖ്യ ഒറ്റസംഖ്യയും, രണ്ടാം പകിടയിലെ സംഖ്യ ഇരട്ടസംഖ്യയും ആകുന്ന 9 ജോടികളുണ്ട്; മറിച്ചാകുന്ന 9 ജോടികളും. അപ്പോൾ ഒരു പകിടയിൽ ഒറ്റസംഖ്യയും, മറു പകിടയിൽ ഇരട്ടസംഖ്യയും ആകുന്ന $9+9 = 18$ ജോടികളുണ്ട്; അതിനാൽ ഇങ്ങിനെയാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

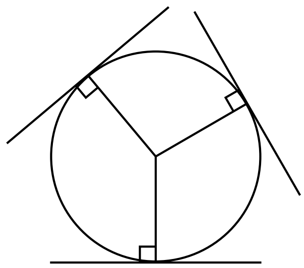
8 തൊടുവരകൾ

അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

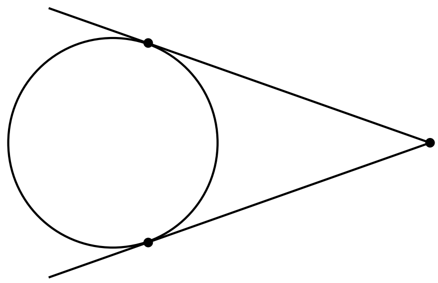
- ഒരു വൃത്തത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ തൊടുക മാത്രം ചെയ്യുന്ന വരകളെ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകൾ എന്നു പറയുന്നു



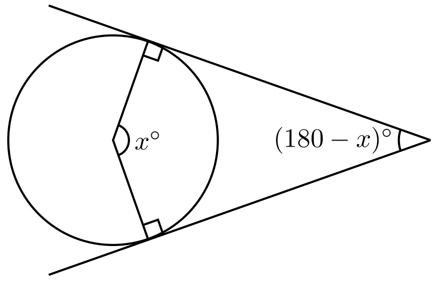
- വൃത്തത്തിലെ ഏതെങ്കിലും ബിന്ദുവിലൂടെ ആരത്തിനു ലംബമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, ആ ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയാണ്; മറിച്ച്, വൃത്തത്തിലെ ഏതു തൊടുവരയും, തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ആരത്തിന് ലംബമാണ്



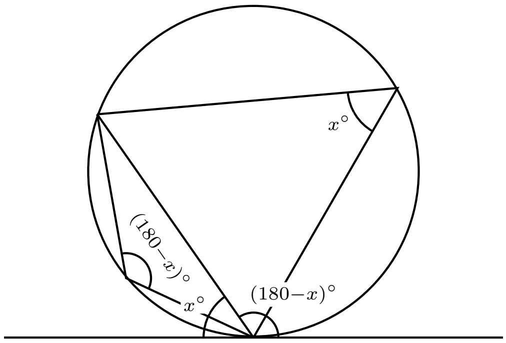
- വൃത്തത്തിനു പുറത്തുള്ള ഏതു ബിന്ദുവിൽനിന്നും രണ്ടു തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം; പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽനിന്ന് തൊടുന്ന ബിന്ദു വരെയുള്ള ഈ തൊടുവരകളുടെ നീളം തുല്യമാണ്.



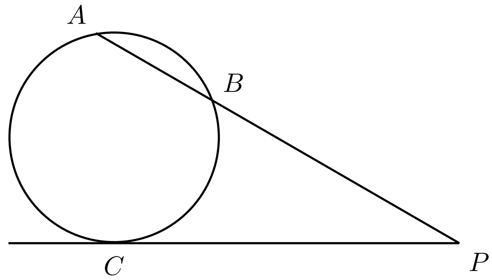
- വൃത്തത്തിനു പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽനിന്നു വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്കിടയിലെ കോൺ, അവയുടെ ഇടയിൽപ്പെടുന്ന ചെറിയ വൃത്തചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന് അനുപൂരകമാണ്



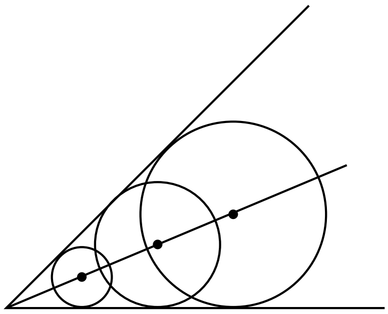
- വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു ഞാണും അതിന്റെ ഒരറ്റത്തുകൂടിയുള്ള തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള ഓരോ കോണും, ആ കോണിന്റെ മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണിനു തുല്യമാണ്



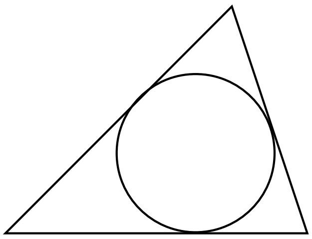
- ഒരു വൃത്തത്തിനു പുറത്തുള്ള P എന്ന ബിന്ദുവിൽനിന്നു വരയ്ക്കുന്ന ഒരു വര, വൃത്തത്തെ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുകയും P ൽനിന്നുള്ള തൊടുവര, വൃത്തത്തെ C എന്ന ബിന്ദുവിൽ തൊടുകയും ചെയ്യുകയാണെങ്കിൽ $AP \times PB = PC^2$ ആണ്



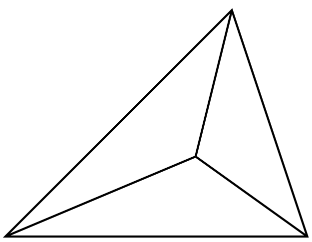
- ഒരു കോണിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളേയും തൊടുന്ന വൃത്തങ്ങളുടെയെല്ലാം കേന്ദ്രങ്ങൾ കോണിന്റെ സമഭാജിയിലാണ്



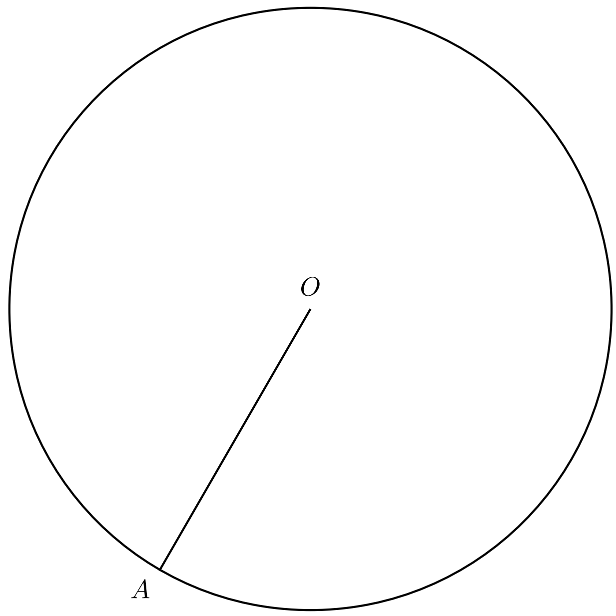
- ഏതു ത്രികോണത്തിനുള്ളിലും, അതിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളെയും തൊടുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കാം; ഈ വൃത്തത്തിന് ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം എന്നാണ് പേര്



- ഏതു ത്രികോണത്തിലും, മൂന്നു കോണുകളുടേയും സമഭാജികൾ ഒരു ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു



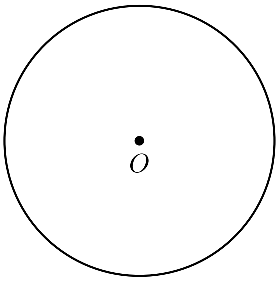
☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ, O വൃത്തകേന്ദ്രവും, A വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവുമാണ്



- OA യുമായി 60° കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഒരു വര A ൽനിന്നു വലത്തേയ്ക്കു വരയ്ക്കുക; അത് വൃത്തത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനെ P എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക
- OA യുമായി 70° കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഒരു വര A ൽനിന്നു വലത്തേയ്ക്കു വരയ്ക്കുക; അത് വൃത്തത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനെ Q എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക
- OA യുമായി 80° കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഒരു വര A ൽനിന്നു വലത്തേയ്ക്കു വരയ്ക്കുക; അത് വൃത്തത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനെ R എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക
- കോൺ വലുതാകുംതോറും A യും, വര വൃത്തത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന രണ്ടാമത്തെ ബിന്ദുവും തമ്മിലുള്ള അകലം . . . .
- OA യുമായി 90° കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഒരു വര A ൽനിന്നു വലത്തേയ്ക്കു വരയ്ക്കുക; അത് ഇടത്തേയ്ക്ക് നീട്ടുക; വൃത്തത്തെ മറ്റേതെങ്കിലും ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നുണ്ടോ? . . . .
- OA യുമായി 100° കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഒരു വര A ൽനിന്നു വലത്തേയ്ക്കു വരയ്ക്കുക; അത് ഇടത്തേയ്ക്ക് നീട്ടുക; വൃത്തത്തെ മറ്റേതെങ്കിലും ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നുണ്ടോ? . . . .

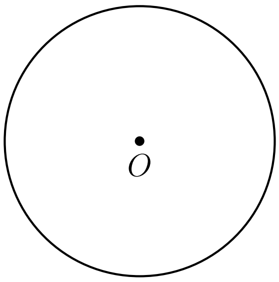
വർക്ക്ഷീറ്റ് 1

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമാണ്



- വൃത്തത്തിന്റെ രണ്ടു വ്യാസങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബമായി വരയ്ക്കുക
- ഓരോ വ്യാസത്തിന്റേയും അറ്റങ്ങളിലൂടെ മറ്റേ വ്യാസത്തിനു സമാന്തരമായി വരകൾ വരയ്ക്കുക
- ഈ നാലു വരകൾ ഖണ്ഡിക്കുന്ന നാലു ബിന്ദുക്കൾക്ക് A, B, C, D എന്നു പേരിടുക
- $ABCD$ എന്ന ചതുർഭുജം ഒരു .... ആണ്
- അതിന്റെ നാലുവശങ്ങളും വൃത്തത്തിന്റെ .... ആണ്

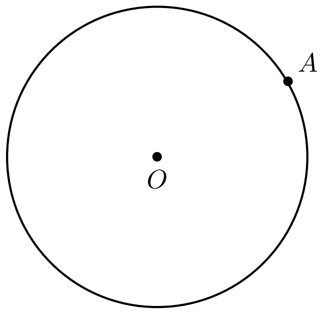
☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമാണ്



- വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ, മൂലകളെല്ലാം വൃത്തത്തിലായി ഒരു സമഭുജത്രികോണം വരയ്ക്കുക
- വൃത്തത്തിനു പുറത്ത്, വശങ്ങളെല്ലാം അതിനെ തൊടുന്ന ഒരു സമഭുജത്രികോണം വരയ്ക്കുക

വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

☞ ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും, A വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവുമാണ്

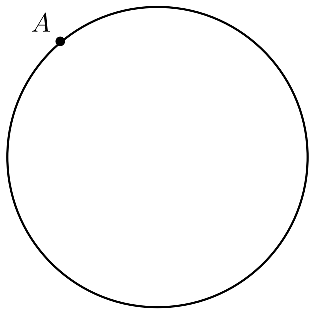


☞ A യിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവര വരയ്ക്കണം

✍ $\boxed{}$ യോജിപ്പിക്കുക

✍ $\boxed{}$ എന്ന വരയ്ക്കു ലംബമായി $\boxed{}$ എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ ലംബം വരയ്ക്കുക

☞ ചിത്രത്തിൽ A വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ്



☞ A യിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവര വരയ്ക്കണം

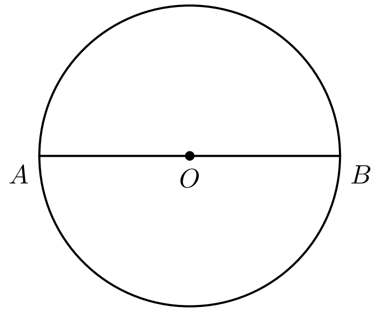
✍ A യിലൂടെ ഒരു വര വരച്ച്, വൃത്തത്തെ B ൽ ഖണ്ഡിക്കുക

✍ B യിലൂടെ AB യ്ക്ക് ലംബം വരച്ച്, വൃത്തത്തെ C ൽ ഖണ്ഡിക്കുക

✍ $\angle ABC = \boxed{}$ ആയതിനാൽ, AC വൃത്തത്തിന്റെ .... ആണ്

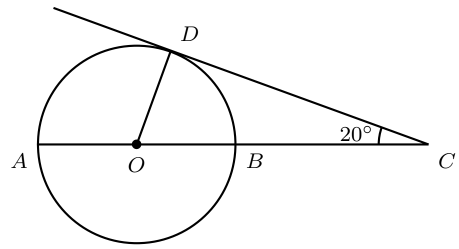
✍ A യിലൂടെ AC യ്ക്ക് ലംബം വരയ്ക്കുക

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും AB ഒരു വ്യാസവുമാണ്



ഈ വൃത്തത്തിന് ഒരു തൊടുവര വരയ്ക്കണം; അത് AB വലത്തേയ്ക്കു നീട്ടിയതുമായി 20° കോൺ ഉണ്ടാക്കുകയും വേണം

☞ വരയ്ക്കേണ്ടചിത്രം സങ്കൽപിച്ചു നോക്കാം



✍ D എന്ന ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയാണ് CD; അതേ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ആരമാണ് OD. അപ്പോൾ $\angle ODC$ എത്രയാണ്? $\boxed{}$

✍ OCD എന്ന ത്രികോണത്തിൽനിന്ന് $\angle COD = \boxed{}$

✍ അപ്പോൾ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുപോലെയുള്ള തൊടുവര വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദു കണ്ടുപിടിക്കാൻ O ൽക്കൂടി OB യുമായി $\boxed{}$ കോണുണ്ടാക്കുന്ന വര വരച്ചാൽ മതി

☞ ഇനി ശരിയായ ചിത്രം വരയ്ക്കാം

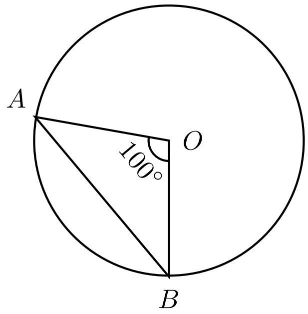
✍ മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന വൃത്തത്തിൽ O ലൂടെ വലത്തോട്ട് 70° ചരിവിൽ ഒരു വര വരച്ച്, വൃത്തത്തെ D ൽ ഖണ്ഡിക്കുക

✍ D ലൂടെ OD യ്ക്കു ലംബം വരയ്ക്കുക

✍ ഈ ലംബം നീട്ടിയതും AB നീട്ടിയതും തമ്മിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനെ C എന്നടയാളപ്പെടുത്തുക

വർക്ക്ഷീറ്റ് 4

☞ ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും, AB അതിലെ ഒരു ഞാണുമാണ്



✍ B യിലൂടെയുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവര വരയ്ക്കുക; അതിൽ B യുടെ ഇടതും വലതുമായി P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക

☞ $\angle ABP$, $\angle ABQ$ ഇവ കണക്കാക്കണം

✍ ΔOAB ൽ $OA = OB$ ആയതിനാൽ $\angle \boxed{} = \angle \boxed{}$

✍ $\angle OBA = \frac{1}{2}(180° - \boxed{}) = \boxed{}$

✍ PQ എന്ന വര, B ലെ തൊടുവരയായതിനാൽ $\angle OBP = \boxed{}$

✍ $\angle ABP = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

✍ AB എന്ന വലിയ ചാപത്തിൽ എവിടെയെങ്കിലും X എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി, AX, XB യോജിപ്പിക്കുക

✍ AB എന്ന ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ $\boxed{}$ ആയതിനാൽ,
$\angle AXB = \frac{1}{2} \times \boxed{} = \boxed{}$

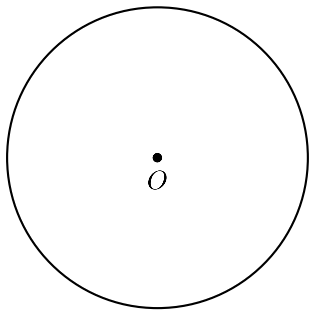
✍ $\angle ABQ = 180° - \angle \boxed{} = \boxed{}$

✍ AB എന്ന ചെറിയ ചാപത്തിൽ Y എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി, AY, YB യോജിപ്പിക്കുക

✍ $\angle AYB = 180° - \angle \boxed{} = \boxed{}$

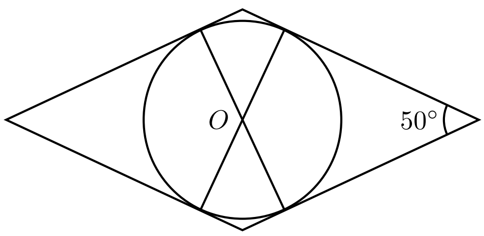
വർക്ക്ഷീറ്റ് 5

☞ ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം O ആണ്.



വശങ്ങളെല്ലാം ഇതിനെ തൊടുന്ന ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികം വരയ്ക്കണം; അതിന്റെ ഒരു കോൺ $50°$ ആയിരിക്കണം

☞ വരയ്ക്കേണ്ട ചിത്രം സങ്കൽപിച്ചുനോക്കാം

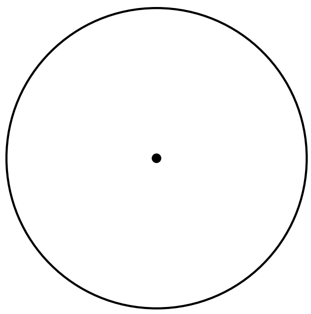


- ✍ ചതുർഭുജത്തിന്റെ വലതു മൂലയിൽനിന്നു വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള തൊടുവരകൾക്കിടയിലുള്ള കോൺ ☐
- ✍ അപ്പോൾ ഈ വരകൾക്കിടയിലെ വൃത്തചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ
  ☐ − ☐ = ☐
- ✍ അതായത്, ചിത്രത്തിലെ രണ്ടു വ്യാസങ്ങൾക്കിടയിലെ കോൺ ☐

☞ ഇനി ശരിക്കുള്ള ചിത്രം വരയ്ക്കാം

- ✍ മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു വ്യാസം വരയ്ക്കുക
- ✍ അതുമായി ☐ കോണുണ്ടാക്കുന്ന മറ്റൊരു വ്യാസം വരയ്ക്കുക
- ✍ വ്യാസങ്ങളുടെ അറ്റങ്ങളിലൂടെ അവയ്ക്ക് ലംബങ്ങൾ വരയ്ക്കുക

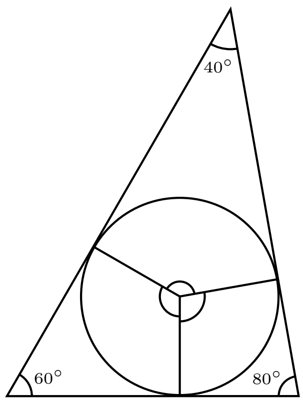
☞ ചിത്രത്തിൽ ഒരു വൃത്തവും അതിന്റെ കേന്ദ്രവുമുണ്ട്:



വശങ്ങളെല്ലാം ഇതിനെ തൊടുന്ന, കോണുകൾ $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ ആയ ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കണം

☞ വരയ്ക്കേണ്ട ചിത്രം സങ്കൽപിച്ചുനോക്കാം:

✍ ത്രികോണത്തിന്റെ ഓരോ ജോടി വശങ്ങൾക്കും ഇടയിലുള്ള വൃത്തചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ കണക്കാക്കി, ഈ ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക



☞ ഇനി ശരിയായ ചിത്രം വരയ്ക്കാം

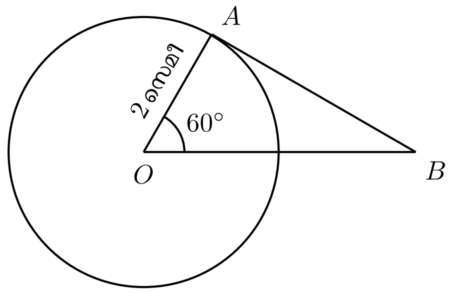
✍ ഈ അളവുകളിലെ കോണുകൾ ഇടയ്ക്കുള്ള മൂന്ന് ആരങ്ങൾ മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന വൃത്തത്തിൽ വരയ്ക്കുക

✍ ഈ ആരങ്ങളുടെ അറ്റങ്ങളിലൂടെ അവയ്ക്ക് ലംബങ്ങൾ വരച്ച്, ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുക

ചോദ്യങ്ങൾ

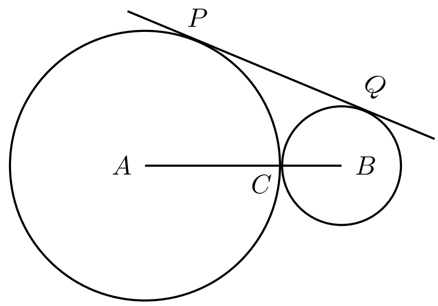
ഭാഗം 1

1. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും, A വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവുമാണ്. A ൽക്കൂടിയുള്ള തൊടുവരയാണ് AB. അതിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക

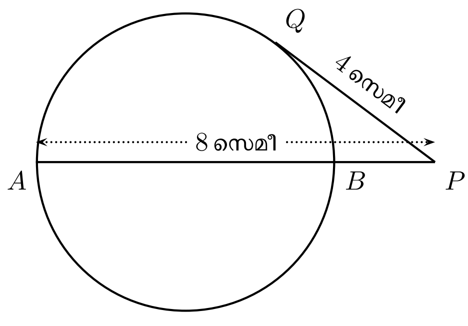


2. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് വ്യാസത്തിനു തുല്യമായ അകലത്തിൽ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു. ഈ ബിന്ദുവിൽനിന്നു വൃത്തത്തിലേക്കു വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്കിടയിലുള്ള കോൺ എത്രയാണ് ?

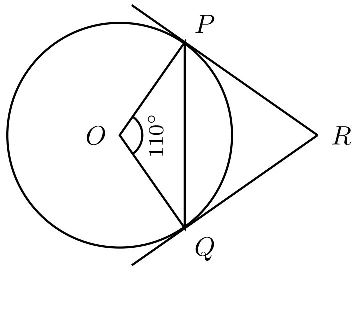
3. ചിത്രത്തിൽ, വലീയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം A യും, ആരം 9 സെന്റിമീറ്ററുമാണ്; ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം B യും, ആരം 4 സെന്റിമീറ്ററും. ഇവ തമ്മിൽ C ൽ തൊടുന്നു. ഒരു വര വൃത്തങ്ങളെ P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു PQ ന്റെ നീളം എത്രയാണ് ?



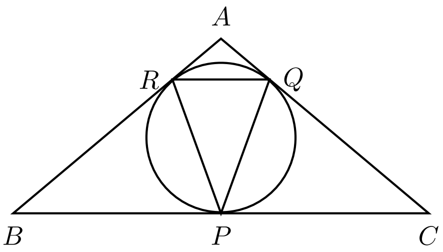
4. ചിത്രത്തിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും, P അതു നീട്ടിയതിലെ ഒരു ബിന്ദുവുമാണ്. P ൽനിന്നുള്ള തൊടുവര വൃത്തത്തെ Q ൽ തൊടുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയാണ് ?



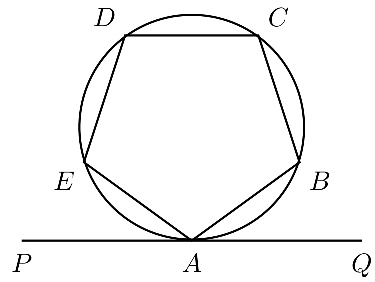
5. ചിത്രത്തിൽ, O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ R ൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. ΔPQR ലെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക



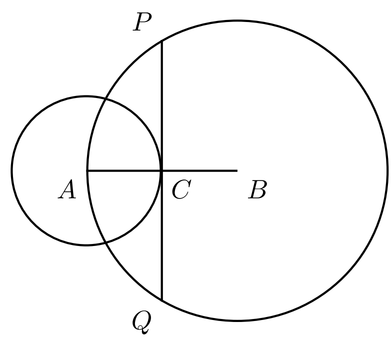
6. ΔABC ൽ $AB = AC$ ഉം $\angle A = 100°$. ഉം ആണ്; ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം, അതിന്റെ വശങ്ങളെ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു. ΔPQR ന്റെ കോണുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക



7. ചിത്രത്തിൽ $ABCDE$ ഒരു സമപഞ്ചഭുജമാണ്. PQ അതിന്റെ പരിവൃത്തത്തിന്റെ, A ലെ തൊടുവരയാണ് $\angle PAE$ എത്രയാണ്?



8. ചിത്രത്തിൽ, ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം A യും, ആരം 1 സെന്റിമീറ്ററുമാണ്; വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം B യും, ആരം 2 സെന്റിമീറ്ററും. വലിയ വൃത്തം A ലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു. AB ചെറിയ വൃത്തത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന C യിലെ തൊടുവര, വലിയ വൃത്തത്തെ P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു



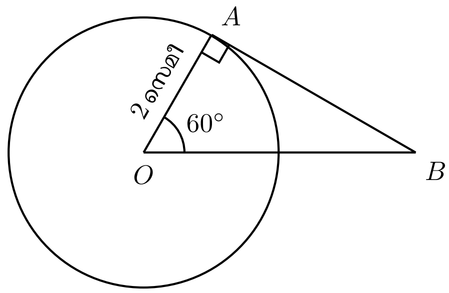
(a) PQ ന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

(b) $\angle PAQ$ എത്രയാണ്?

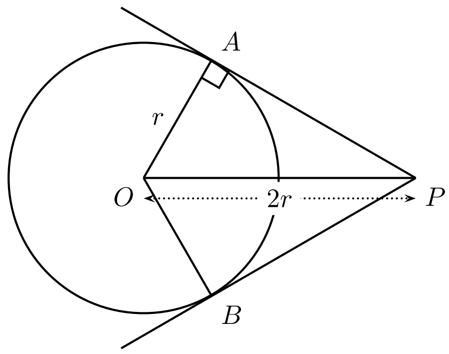
ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 1

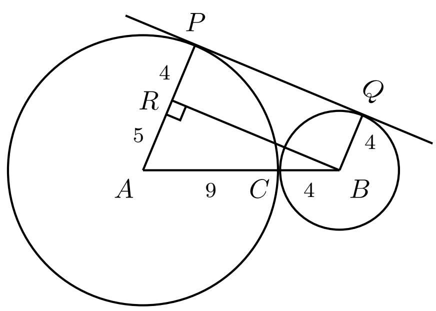
1. ΔAOB ലെ കോണുകൾ 30°, 60°, 90°; ഏറ്റവും ചെറിയ വശമായ OA യുടെ നീളം 2 സെന്റിമീറ്റർ. അപ്പോൾ $AB = 2\sqrt{3}$ സെമീ



2. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r എന്നെടുത്താൽ, ചിത്രത്തിലേതുപോലെ നീളങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്താം. AOP എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണം ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങായതിനാൽ, $\angle AOP = 60^\circ$; ഇതുപോലെ $\angle BOP = 60^\circ$. തൊടുവരകൾക്കിടയിലെ കോൺ 120°



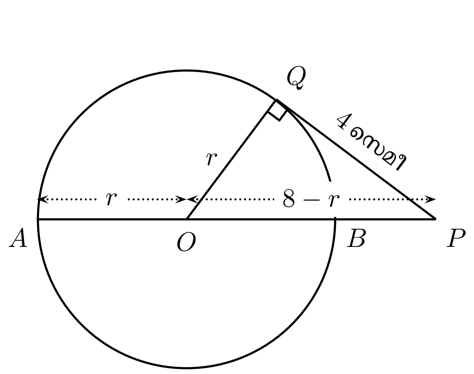
3. ചിത്രത്തിലേതുപോലെ നീളങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയാൽ ARB എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽനിന്ന് $BR = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ സെമീ; $PQBR$ എന്ന ചതുരത്തിൽനിന്ന് $PQ = BR = 12$ സെമീ



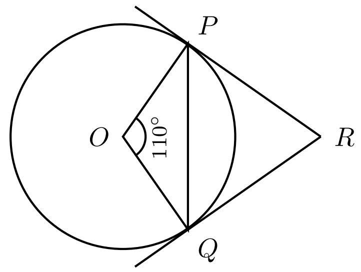
4. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, ചിത്രത്തിലേതുപോലെ നീളങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്താം. OPQ എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽനിന്ന്

$$(8-r)^2 - r^2 = 16$$

ഇതു ലഘൂകരിച്ചാൽ $16r = 48$ എന്നും, അതിൽനിന്ന്, ആരം 3 സെന്റിമീറ്റർ എന്നും കിട്ടും



5. തൊടുവരകൾക്കിടയിലുള്ള ചാപം PQ ന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 110° ആയതിനാൽ, തൊടുവര കൾക്കിടയിലെ കോൺ $\angle PRQ = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.
ΔPQR ൽ $RP = RQ$ ആയതിനാൽ,
$\angle RPQ = \angle RQP = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$

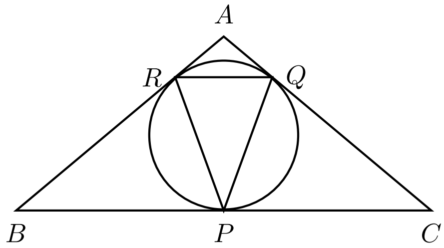


6. ΔABC ൽ $AB = AC$, $\angle A = 100^\circ$
$\angle B = \angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$

ΔARQ ൽ $AR = AQ$, $\angle A = 100^\circ$
$\angle ARQ = \angle AQR = \frac{1}{2}(180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$

ΔBRP ൽ $BR = BP$, $\angle B = 40^\circ$
$\angle BRP = \angle BPR = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$

ΔCPQ ൽ $CP = CQ$, $\angle C = 40^\circ$
$\angle CPQ = \angle CQP = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$



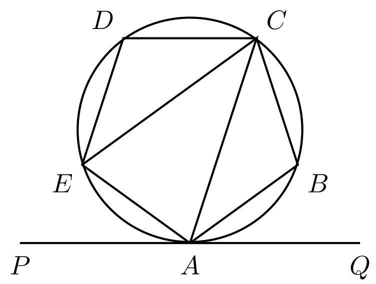
B, P, C ഇവ ഒരേ വരയിലായതിനാൽ
$\angle RPQ = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$

C, Q, A ഇവ ഒരേ വരയിലായതിനാൽ
$\angle PQR = 180^\circ - (70^\circ + 40^\circ) = 70^\circ$

A, R, B ഇവ ഒരേ വരയിലായതിനാൽ
$\angle QRP = 180^\circ - (70^\circ + 40^\circ) = 70^\circ$

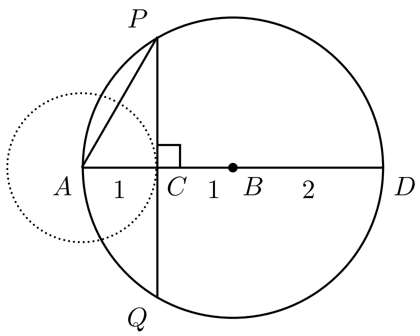
7. PQ എന്ന തൊടുവര AE എന്ന ഞാണുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ PAE, മറുവശത്തെ വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണായ ECA യ്ക്ക് തുല്യമാണ്

EDC എന്ന ത്രികോണത്തിൽ $DE = DC$,
$\angle EDC = \frac{1}{5} \times 3 \times 180^\circ = 108^\circ$
$\angle DCE = \frac{1}{2}(180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$
ഇതുപോലെ $\angle ACB = 36^\circ$
അപ്പോൾ $\angle ECA = 108^\circ - (2 \times 36^\circ) = 36^\circ$
$\angle PAE = \angle ECA = 36^\circ$



8. വലിയ വൃത്തത്തിൽ AD എന്ന വ്യാസവും, PQ എന്ന ഞാണും പരസ്പരം ലംബമായി C ൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.
$PC^2 = AC \times CD = 1 \times 3 = 3$
$PQ = 2\sqrt{3}$ സെമീ

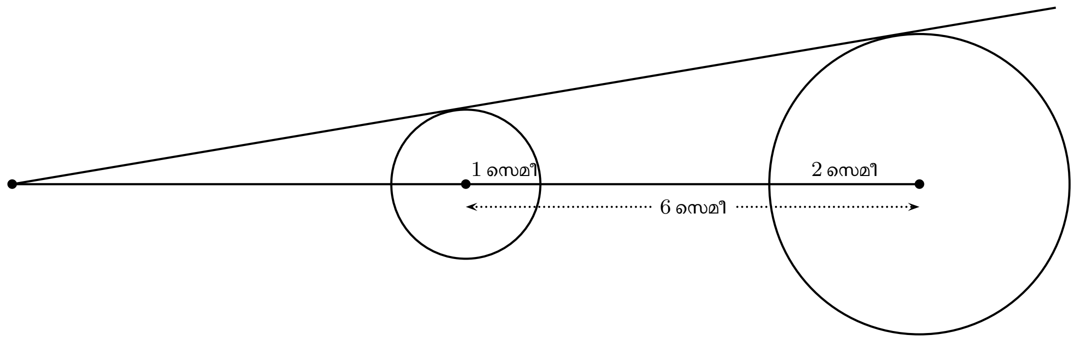
PCA എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിലെ ലംബവശങ്ങൾ $AC = 1$, $PC = \sqrt{3}$ ആയതിനാൽ,
$\angle PAC = 60^\circ$, $\angle PAQ = 120^\circ$



ചോദ്യങ്ങൾ

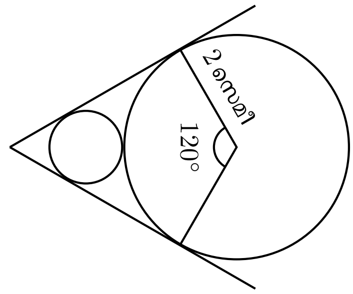
ഭാഗം 2

1. ചിത്രത്തിൽ ഒരു ബിന്ദുവിൽനിന്ന് രണ്ടു വൃത്തങ്ങളെ സ്പർശിക്കുന്ന ഒരു വര വരച്ചിരിക്കുന്നു:

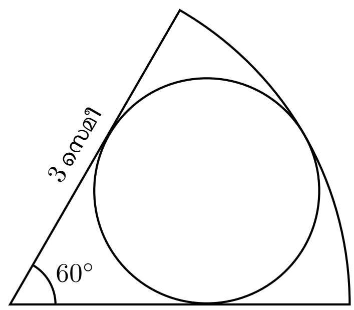


ഈ ബിന്ദു, ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് എത്ര അകലെയാണ്?

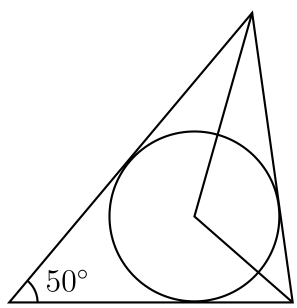
2. ചിത്രത്തിൽ ഒരു ബിന്ദുവിൽനിന്ന് രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾക്ക് പൊതുവായ തൊടുവരകൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു. വലിയ വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദുക്കൾ കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണ്ടുപിടിക്കുക



3. ചിത്രത്തിൽ, ഒരു വൃത്താംശത്തിനുള്ളിൽ ചെറിയൊരു വൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു. ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയാണ്?



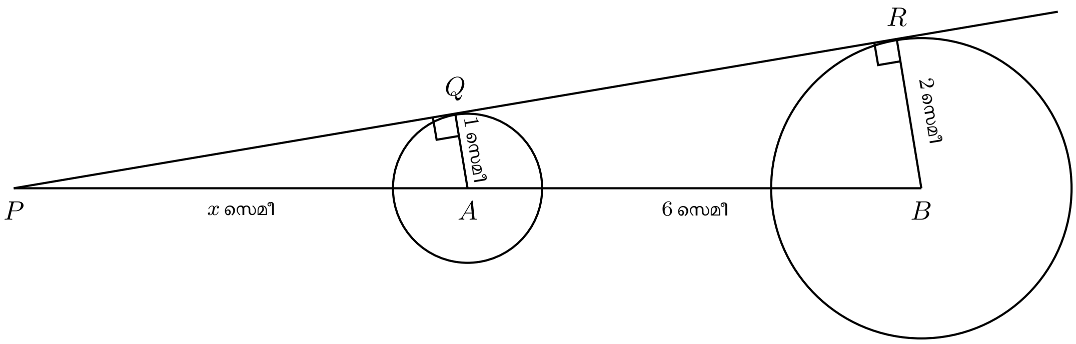
4. ചിത്രത്തിൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും രണ്ടു ശീർഷങ്ങളും യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ വരകൾക്കിടയിലെ കോൺ എത്രയാണ്?



ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 2

1. ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം x എന്നെടുത്താൽ, ചുവടെക്കാണുന്നതുപോലെ നീളങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്താം

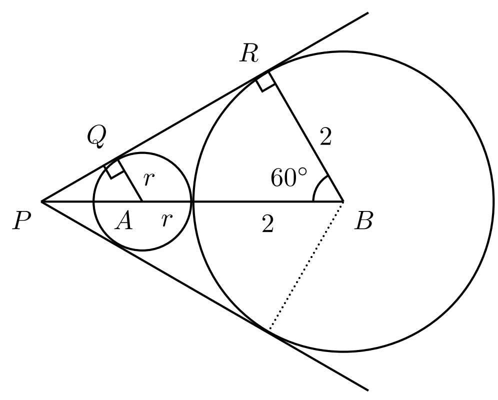


APQ, BPR എന്നീ സദൃശത്രികോണങ്ങളിൽനിന്ന്

$$\frac{x}{1} = \frac{6+x}{2}$$

ഇതു ലഘൂകരിച്ചാൽ, $x = 6$

2. തൊടുവരകൾ വരച്ച ബിന്ദു P ഉം, വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം B ഉം യോജിപ്പിക്കുന്ന വര, P ലേയും B ലേയും കോണുകളെ സമഭാഗം ചെയ്യും. അപ്പോൾ, ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം A എന്നും, ആരം r എന്നുമെടുത്താൽ ചിത്രത്തിലേതുപോലെ അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്താം



BRP എന്ന ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ $30°$, $60°$, $90°$, കർണം BP, ഏറ്റവും ചെറിയ വശം 2 സെന്റീമീറ്റർ
$BP = 2 \times 2 = 4$ സെമീ
$PA = 4 - (r + 2) = 2 - r$ സെമീ

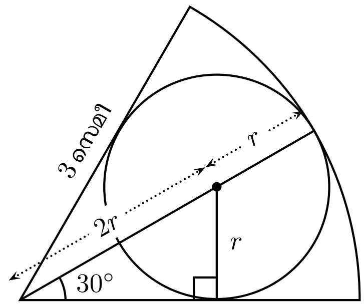
AQP, BRP എന്നീ സദൃശത്രികോണങ്ങളിൽനിന്ന്

$$\frac{2-r}{r} = \frac{4}{2}$$

ഇതു ലഘൂകരിച്ചാൽ $r = \frac{2}{3}$ സെമീ

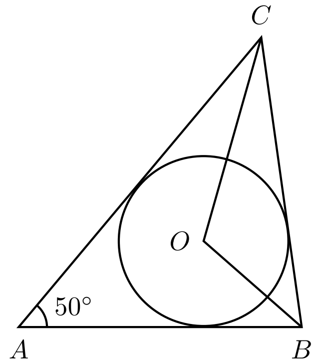
3. വൃത്താംശത്തിലെ രണ്ടു വശങ്ങളേയും ചെറിയ വൃത്തം തൊടുന്നതിനാൽ, അതിന്റെ കേന്ദ്രം, വൃത്താംശത്തിലെ കോണിന്റെ സമഭാജിയിലാണ്

   ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r എന്നെടുത്താൽ, ചിത്രത്തിലേതുപോലെ അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്താം; ഇതിൽനിന്ന് $3r = 3$ സെമീ; $r = 1$ സെമീ



4. $\angle ABC = x^\circ$, $\angle ACB = y^\circ$ എന്നെടുത്താൽ $x + y = 180 - 50 = 130$

   BO, CO ഇവ $\angle ABC$, $\angle ACB$ ഇവയുടെ സമഭാജികളായതിനാൽ $\angle OBC = \frac{1}{2}x^\circ$, $\angle OCB = \frac{1}{2}y^\circ$; ΔBOC ൽനിന്ന് $\angle BOC = 180 - \frac{1}{2}(x + y) = 115^\circ$



9 ബഹുപദങ്ങൾ

അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

- സൗകര്യത്തിനുവേണ്ടി, സംഖ്യകളേയും ബഹുപദങ്ങളായി പരിഗണിക്കുന്നു
- പൂജ്യമല്ലാതെയുള്ള സംഖ്യകളെയെല്ലാം, പൂജ്യം കൃതി ബഹുപദങ്ങളായാണ് എടുക്കുന്നത്
- $a(x)$ എന്ന ഒരു ബഹുപദവും, $b(x)$ എന്ന പൂജ്യമല്ലാത്ത ഒരു ബഹുപദവും എടുത്താൽ, ചുവടെപ്പറയുന്ന നിബന്ധനകൾ അനുസരിക്കുന്ന $q(x)$, $r(x)$ എന്ന രണ്ടു ബഹുപദങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാം:

  ⋆ $a(x) = q(x)b(x) + r(x)$

  ⋆ ഒന്നുകിൽ $r(x) = 0$, അല്ലെങ്കിൽ $r(x)$ ന്റെ കൃതി, $b(x)$ ന്റെ കൃതിയേക്കാൾ കുറവ്

  ഇങ്ങിനെ കിട്ടുന്ന $q(x)$ നെ, $a(x)$ നെ $b(x)$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ഹരണഫലമെന്നും, $r(x)$ നെ ഈ ഹരണത്തിലെ ശിഷ്ടമെന്നും പറയുന്നു

- $p(x)$, $q(x)$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങൾക്ക് $p(x) = r(x)q(x)$ ആകുന്ന ഒരു ബഹുപദം $r(x)$ ഉണ്ടെങ്കിൽ, $q(x)$ നെ $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം എന്നു പറയുന്നു
- $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $q(x)$ എന്ന ബഹുപദംകൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം പൂജ്യമാണെങ്കിൽ $q(x)$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ്
- $q(x)$ എന്ന ബഹുപദം, $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണെങ്കിൽ, പൂജ്യമല്ലാത്ത ഏതു സംഖ്യ a എടുത്താലും $aq(x)$ എന്ന ബഹുപദവും $p(x)$ ന്റെ ഘടകം തന്നെയാണ്
- a ഏതു സംഖ്യയായാലും $x - a$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദംകൊണ്ട് $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $p(a)$ എന്ന സംഖ്യയാണ്
- $p(x)$ എന്ന ബഹുപദവും, a എന്ന സംഖ്യയുമെടുക്കുമ്പോൾ $p(a)$ എന്ന സംഖ്യ പൂജ്യമാണെങ്കിൽ, $x - a$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്; $p(a)$ എന്ന സംഖ്യ പൂജ്യമല്ലെങ്കിൽ, $x - a$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമല്ല;
- $a, b, c, \dots$ എന്നീ സംഖ്യകൾ $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യപ്രശ്നത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളാണെങ്കിൽ $x-a, x-b, x-c, \dots$ എന്നീ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങൾ, $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്

☞ 24 നെ രണ്ടു എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി പലതരത്തിൽ എഴുതാം

✍ ചുവടെയുള്ള ഗുണനഫലങ്ങൾ പൂരിപ്പിച്ചെഴുതുക

$24 = 1 \times 24$ $24 = 2 \times \boxed{}$ $24 = 3 \times \boxed{}$ $24 = 4 \times \boxed{}$

✍ 24 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ എന്തൊക്കെയാണ്?

$\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$

☞ 7 എന്ന സംഖ്യ 623 എന്ന സംഖ്യയുടെ ഘടകമാണോ?

✍ ഹരിച്ചുനോക്കൂ

✍ $623 = 7 \times \boxed{}$

✍ 7 എന്ന സംഖ്യ 623 എന്ന സംഖ്യയുടെ ....

☞ 7 എന്ന സംഖ്യ 687 എന്ന സംഖ്യയുടെ ഘടകമാണോ?

✍ ഹരിച്ചുനോക്കൂ

✍ ഹരണഫലം $\boxed{}$ ശിഷ്ടം $\boxed{}$

✍ $687 = 7 \times \boxed{} + \boxed{}$

✍ 7 എന്ന സംഖ്യ 687 എന്ന സംഖ്യയുടെ ....

വർക്ക്ഷീറ്റ് 1

☞ a ഏതു സംഖ്യ ആയാലും

$$x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$$

✍ $x^2 - 9 = (x - \boxed{})(x + \boxed{})$

✍ $x-3,\ x+3$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങൾ x^2-9 എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ....

☞ $x^2 - 8$ എന്ന ബഹുപദം നോക്കുക

✍ $x^2 - 8 = (x^2 - 9) + \boxed{}$

✍ $x^2 - 9 = (x-3)(x + \boxed{})$

✍ $x^2 - 8 = (x-3)(x + \boxed{}) + \boxed{}$

✍ $x^2 - 8$ നെ $x-3$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, ഹരണഫലം $\boxed{}$ ശിഷ്ടം $\boxed{}$

✍ $x^2 - 8$ നെ $x+3$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, ഹരണഫലം $\boxed{}$ ശിഷ്ടം $\boxed{}$

✍ $x-3,\ x+3$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങൾ x^2-8 എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകങ്ങളാണോ? ....

☞ $x^2 - 10$ എന്ന ബഹുപദം നോക്കുക

✍ $x^2 - 10 = (x^2 - 9) - \boxed{}$

✍ $x^2 - 10 = (x-3)(x + \boxed{}) - \boxed{}$

✍ $x^2 - 10$ നെ $x-3$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, ഹരണഫലം $\boxed{}$ ശിഷ്ടം $\boxed{}$

✍ $x^2 - 10$ നെ $x+3$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, ഹരണഫലം $\boxed{}$ ശിഷ്ടം $\boxed{}$

✍ $x-3,\ x+3$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങൾ x^2-10 എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകങ്ങളാണോ? ....

☞ $x^2 + x - 12$ എന്ന ബഹുപദം നോക്കുക

✍ $x^2 + x - 12 = (x^2 - 9) + (x - \boxed{})$

✍ $x^2 + x - 12 = (x-3)(x + \boxed{}) + (x - \boxed{})$

✍ $x^2 + x - 12 = (x-3)(x + 3 + \boxed{}) = (x-3)(x + \boxed{})$

✍ $x-3$ എന്ന ബഹുപദം x^2+x-12 എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ? ....

✍ $x^2 + x - 12$ നെ $x-3$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, ശിഷ്ടം $\boxed{}$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

☞ $x+2$ എന്ന ബഹുപദം x^2-5x+6 എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കണം

☞ x^2-5x+6 നെ $x+2$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ

✍ ഹരണഫലം ഒരു .... കൃതി ബഹുപദമാണ്

✍ ശിഷ്ടം ഒരു .... മാത്രമാണ്

☞ $x^2-5x+6=(x+2)(ax+b)+c$ എന്ന സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന a, b, c എന്നീ സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കണം

✍ $(x+2)(ax+b)+c=\boxed{}x^2+(\boxed{}+\boxed{})x+(\boxed{}+\boxed{})$

☞ $x^2-5x+6=ax^2+(2a+b)x+(2b+c)$ എന്ന സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന a, b, c എന്നീ സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കണം

✍ $a=\boxed{}$ $\quad 2a+b=\boxed{}$ $\quad 2b+c=\boxed{}$

✍ $2a+b=\boxed{}$ $\quad a=\boxed{}$

✍ $\boxed{}+b=\boxed{}$ $\quad b=\boxed{}$

✍ $2b+c=\boxed{}$ $\quad b=\boxed{}$

✍ $\boxed{}+c=\boxed{}$ $\quad c=\boxed{}$

☞ x^2-5x+6 നെ $x+2$ കൊണ്ടു ഹരിച്ച് എങ്ങിനെയെഴുതാം?

✍ $x^2-5x+6=(x+2)(\boxed{}-\boxed{})+\boxed{}$

✍ $x+2$ എന്ന ബഹുപദം x^2-5x+6 എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം ....

വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

☞ $x-2$ എന്ന ബഹുപദം x^2-5x+6 എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കണം

☞ x^2-5x+6 നെ $x-2$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ

- ഹരണഫലം ഒരു .... കൃതി ബഹുപദമാണ്
- ശിഷ്ടം ഒരു .... മാത്രമാണ്

☞ $x^2-5x+6=(x-2)(ax+b)+c$ എന്ന സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന a, b, c എന്നീ സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കണം

- $(x-2)(ax+b)+c = \boxed{}x^2+(\boxed{}-\boxed{})x+(\boxed{}-\boxed{})$

☞ $x^2-5x+6=ax^2+(b-2a)x+(c-2b)$ എന്ന സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന a, b, c എന്നീ സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കണം

- $a=\boxed{}$ $\quad b-2a=\boxed{}$ $\quad c-2b=\boxed{}$
- $b-\boxed{}=\boxed{}$ $\quad b=\boxed{}$
- $c+\boxed{}=\boxed{}$ $\quad c=\boxed{}$
- $x^2-5x+6=(x-2)(\boxed{}-\boxed{})$
- $x-2$ എന്ന ബഹുപദം x^2-5x+6 എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം ....
- x^2-5x+6 എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ മറ്റൊരു ഘടകം $x-\boxed{}$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 4

☞ $x-1$ എന്ന ബഹുപദം $2x^3-5x^2+x+2$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കണം

☞ $2x^3-5x^2+x+2$ നെ $x-1$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ

✍ ഹരണഫലം ഒരു .... കൃതി ബഹുപദമാണ്

✍ ശിഷ്ടം ഒരു .... മാത്രമാണ്

☞ $2x^3-5x^2+x+2=(x-1)(ax^2+bx+c)+d$ എന്ന സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന a, b, c, d എന്നീ സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാം

✍ $x-1$ ഘടകമാണോ എന്നറിയാൻ, ഇതിലെ $d=\boxed{}$ ആണോ എന്നറിഞ്ഞാൽ മതി

✍ സമവാക്യത്തിന്റെ വലതുഭാഗത്ത് d മാത്രമായി കിട്ടാൻ $(x-1)(ax^2+bx+c)$ $\boxed{}$ ആകുന്ന x എടുത്താൽ മതി

✍ $(x-1)(ax^2+bx+c)=0$ ആകാൻ $x=\boxed{}$ എന്നെടുത്താൽ മതി

✍ $x=1$ എന്നെടുത്താൽ $2x^3-5x^2+x+2=\boxed{}$

✍ $2x^3-5x^2+x+2=(x-1)(ax^2+bx+c)+d$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ $x=1$ എന്നെടുത്താൽ $\boxed{}=\boxed{}+d$

✍ അതായത് $d=\boxed{}$

✍ $x-1$ എന്ന ബഹുപദം $2x^3-5x^2+x+2$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം ....

വർക്ക്ഷീറ്റ് 5

☞ $x+1$ എന്ന ബഹുപദം $2x^3-5x^2+x+2$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കണം

☞ $2x^3-5x^2+x+2$ നെ $x+1$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ

✍ ഹരണഫലം ഒരു .... കൃതി ബഹുപദമാണ്

✍ ശിഷ്ടം ഒരു .... മാത്രമാണ്

☞ $2x^3-5x^2+x+2=(x+1)(ax^2+bx+c)+d$ എന്ന സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന a, b, c, d എന്നീ സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാം

✍ $x+1$ ഘടകമാണോ എന്നറിയാൻ, ഇതിലെ $d=\boxed{}$ ആണോ എന്നറിഞ്ഞാൽ മതി

✍ സമവാക്യത്തിന്റെ വലതുഭാഗത്ത് d മാത്രമായി കിട്ടാൻ $(x+1)(ax^2+bx+c)$ $\boxed{}$ ആകുന്ന x എടുത്താൽ മതി

✍ $(x+1)(ax^2+bx+c)=0$ ആകാൻ $x=\boxed{}$ എന്നെടുത്താൽ മതി

✍ $x=-1$ എന്നെടുത്താൽ $2x^3-5x^2+x+2=\boxed{}$

✍ $2x^3-5x^2+x+2=(x+1)(ax^2+bx+c)+d$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ $x=-1$ എന്നെടുത്താൽ $\boxed{}=\boxed{}+d$

✍ അതായത് $d=\boxed{}$

✍ $x+1$ എന്ന ബഹുപദം $2x^3-5x^2+x+2$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം ....

വർക്ക്ഷീറ്റ് 6

☞ $4x^3 - 2x^2 + x - 5$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $x - 2$ എന്ന ബഹുപദംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം കണ്ടുപിടിക്കണം

✍ ശിഷ്ടം ഒരു .... മാത്രമാണ്

☞ ശിഷ്ടമായി കിട്ടുന്ന സംഖ്യയെ r എന്നെടുക്കാം

✍ $p(x) = 4x^3 - 2x^2 + x - 5$ എന്നും ഇതിനെ $x - 2$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഹരണഫലമായ ബഹുപദത്തിനെ $q(x)$ എന്നും എഴുതിയാൽ

$$p(x) = (x - 2)\boxed{} + \boxed{}$$

✍ $p(x) = (x - 2)q(x) + r$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ വലതുവശത്ത് r മാത്രം കിട്ടാൻ $(x - 2)q(x) = \boxed{}$ ആകുന്ന x എടുക്കണം

✍ $(x - 2)q(x) = 0$ ആകാൻ $x = \boxed{}$ എന്നെടുക്കണം

✍ $p(x) = (x - 2)q(x) + r$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ $x = 2$ എന്നെടുത്താൽ

$$p(\boxed{}) = \boxed{}q(2) + r$$

എന്നു കിട്ടും

✍ ഇതിൽനിന്ന് $r = p(\boxed{})$

✍ $p(x) = 4x^3 - 2x^2 + x - 5$ ആയതിനാൽ $p(2) = \boxed{}$

✍ $r = p(2) = \boxed{}$

✍ $4x^3 - 2x^2 + x - 5$ നെ $x - 2$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $\boxed{}$

✍ $x - 2$ എന്ന ബഹുപദം $4x^3 - 2x^2 + x - 5$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം ....

☞ $4x^3-2x^2+x-5$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $2x-1$ എന്ന ബഹുപദംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം കണ്ടുപിടിക്കണം

✍ ശിഷ്ടം ഒരു .... മാത്രമാണ്

☞ ശിഷ്ടമായി കിട്ടുന്ന സംഖ്യയെ r എന്നെടുക്കാം

✍ $p(x) = 4x^3-2x^2+x-5$ എന്നും ഇതിനെ $2x-1$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഹരണഫലമായ ബഹുപദത്തിനെ $q(x)$ എന്നും എഴുതിയാൽ

$$p(x) = (2x-1)\boxed{} + \boxed{}$$

✍ $p(x) = (2x-1)q(x) + r$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ വലതുവശത്ത് r മാത്രം കിട്ടാൻ $(2x-1)q(x) = \boxed{}$ ആകുന്ന x എടുക്കണം

✍ $(2x-1)q(x) = 0$ ആകാൻ $x = \boxed{}$ എന്നെടുക്കണം

✍ $p(x) = (2x-1)q(x) + r$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ $x = \frac{1}{2}$ എന്നെടുത്താൽ

$$p\left(\boxed{}\right) = \boxed{} \times q(2) + r$$

എന്നു കിട്ടും

✍ ഇതിൽനിന്ന് $r = p\left(\boxed{}\right)$

✍ $p(x) = 4x^3-2x^2+x-5$ ആയതിനാൽ

$p(\frac{1}{2}) = 4 \times \boxed{} - 2 \times \boxed{} + \boxed{} - 5 = \boxed{} - \boxed{} + \boxed{} - 5 = \boxed{}$

✍ $r = p\left(\frac{1}{2}\right) = \boxed{}$

✍ $4x^3-2x^2+x-5$ നെ $2x-1$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $\boxed{}$

✍ $2x-1$ എന്ന ബഹുപദം $4x^3-2x^2+x-5$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം ....

ചോദ്യങ്ങൾ

ഭാഗം 1

1. $x^3 - 2x^2 + x + 1$ എന്ന ബഹുപദത്തിനെ $x - 2$ എന്ന ബഹുപദം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്താണ്? ആദ്യത്തെ ബഹുപദത്തിനോട് ഏതു സംഖ്യ കൂട്ടിയാലാണ് $x - 2$ ഘടകമായ ഒരു ബഹുപദം കിട്ടുന്നത്?

2. $2x + 3$ എന്ന ബഹുപദം, $2x^3 + 3x^2 + 4x + 7$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക. രണ്ടാമത്തെ ബഹുപദത്തിനോട് ഏതു സംഖ്യ കൂട്ടിയാലാണ് $2x + 3$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നത്?

3. $p(x) = x^2 - 5x + 7$ ഉം $q(x) = x^2 - 7x + 5$ ഉം ആണ്. $p(x)$, $q(x)$, $p(x) + q(x)$ ഇവ ഓരോന്നിനേയും $x - 2$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം കണ്ടുപിടിക്കുക

4. $x^3 - 6x^2 + ax + b$ എന്ന ബഹുപദത്തിന് $x - 1$, $x - 2$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങൾ ഘടകങ്ങളാകണം a, b എന്നീ സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക

5. $5x^3 + 3x^2$ എന്ന ബഹുപദത്തിനോട് ഏതു ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാലാണ് $x^2 - 1$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നത്?

6. $x - 1$, $x + 1$ എന്നീ രണ്ടു ബഹുപദങ്ങളും $ax^3 + bx^2 + cx + d$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകങ്ങളാണെങ്കിൽ $a + c = 0$, $b + d = 0$ എന്നു തെളിയിക്കുക

7. $x^2 - 7x - 60$ എന്ന ബഹുപദത്തിനെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക

8. $x^3 + 3x - 4$ എന്ന ബഹുപദത്തിനെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. $x^2 + 3x + 4$ നെ ഇങ്ങിനെ എഴുതാൻ കഴിയില്ലെന്നു തെളിയിക്കുക

ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 1

1. $x^3 - 2x^2 + x + 1$ എന്ന ബഹുപദത്തിനെ $x - 2$ എന്ന ബഹുപദം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $2^3 - (2 \times 2^2) + 2 + 1 = 3$

   അപ്പോൾ $x^3 - 2x^2 + x + 1 = (x-2)q(x) + 3$ എന്നെഴുതാം; ഇതിൽനിന്ന്

   $$(x^3 - 2x^2 + x + 1) - 3 = (x-2)q(x)$$

   അതായത്, ആദ്യത്തെ ബഹുപദത്തിനോട് -3 കൂട്ടിയാൽ, $x - 2$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും

2. $2x^3 + 3x^2 + 4x + 7 = (2x+3)q(x) + r$ എന്നെഴുതാം. ഇതിൽ $x = -\frac{3}{2}$ എന്നെടുത്താൽ

   $$-\left(2 \times \tfrac{27}{8}\right) + \left(3 \times \tfrac{9}{4}\right) - \left(4 \times \tfrac{3}{2}\right) + 7 = 0 \times q\left(\tfrac{3}{2}\right) + r$$

   അതായത്

   $$r = -\tfrac{27}{4} + \tfrac{27}{4} - 6 + 7 = 1$$

   ശിഷ്ടം പൂജ്യമല്ലാത്തതിനാൽ $2x + 3$ എന്ന ബഹുപദം $2x^3 + 3x^2 + 4x + 7$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമല്ല

   മുകളിലത്തെ കണക്കുകൂട്ടലിൽനിന്ന് $(2x^3 + 3x^2 + 4x + 7) - 1 = (2x+3)q(x)$; അതായത്, $2x + 3$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടാൻ -1 കൂട്ടണം

3. $p(x)$ നെ $x - 2$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $p(2) = 1$

   $q(x)$ നെ $x - 2$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $q(2) = -5$

   $r(x) = p(x) + q(x)$ എന്നെഴുതിയാൽ $r(x)$ നെ $x - 2$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $r(2) = p(2) + q(2) = -4$

4. $p(x) = x^3 - 6x^2 + ax + b$ എന്നെഴുതിയാൽ, $p(1), p(2)$ എന്നീ സംഖ്യകൾ രണ്ടും പൂജ്യമാണ്; അതായത്

   $$\begin{aligned} a + b - 5 &= 0 \\ 2a + b - 16 &= 0 \end{aligned}$$

   ഈ രണ്ടു സമവാക്യങ്ങളും ശരിയാകാൻ $a = 11,\ b = -6$ ആകണം. (ഒമ്പതാംക്ലാസിലെ **സമവാക്യജോടികൾ** എന്ന പാഠം നോക്കുക.)

5. $x^2 - 1$ ഘടകമാകാൻ കൂട്ടേണ്ടത് $ax + b$ എന്നെടുത്താൽ $p(x) = 5x^3 + 3x^2 + ax + b$ എന്ന ബഹുപദത്തിന് $x - 1, x + 1$ ഇവ രണ്ടും ഘടകങ്ങളാണ്. അപ്പോൾ $p(1), p(-1)$ ഇവ രണ്ടും പൂജ്യമാകണം. അതായത്

   $$\begin{aligned} a + b + 8 &= 0 \\ -a + b - 2 &= 0 \end{aligned}$$

   ഈ രണ്ടു സമവാക്യങ്ങളും ശരിയാകാൻ $a = -5,\ b = -3$ ആകണം. കൂട്ടേണ്ട ബഹുപദം $-5x - 3$

6. $x-1$, $x+1$ എന്നീ രണ്ടു ബഹുപദങ്ങളും $p(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകങ്ങളാണെങ്കിൽ $p(1) = 0$, $p(-1) = 0$ അതായത്

$$a+b+c+d = 0$$
$$-a+b-c+d = 0$$

ആദ്യത്തെ സമവാക്യത്തിൽനിന്ന് രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യം കുറച്ചാൽ $2(a+c) = 0$ എന്നു കിട്ടും; അതായത് $a+c = 0$

സമവാക്യങ്ങൾ തമ്മിൽ കൂട്ടിയാൽ $2(b+d) = 0$ എന്നു കിട്ടും; അതായത് $b+d = 0$

7. $x^2-7x-60$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാൻ $x^2-7x-60 = 0$ എന്ന സമവാക്യപ്രശ്നത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണണം.

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49+240}}{2} = \frac{7 \pm 17}{2} = 12 \text{ അല്ലെങ്കിൽ } -5$$

$$x^2-7x-60 = (x-12)(x+5)$$

8. $-4 = 4 \times -1$ ഉം $3 = 4+(-1)$ ഉം ആയതിനാൽ $x^2+3x-4 = (x+4)(x-1)$ എന്നെഴുതാം

$3^2-4\times1\times4 < 0$ ആയതിനാൽ $x^2+3x+4 = 0$ എന്ന സമവാക്യപ്രശ്നത്തിന് പരിഹാരമില്ല. അതിനാൽ x^2+3x+4 ന് ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങളില്ല

ചോദ്യങ്ങൾ

ഭാഗം 2

1. $x-1$ എന്ന ബഹുപദം, $2x^2+4x-5$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ?
   - (a) രണ്ടാമത്തെ ബഹുപദത്തിൽ, x^2 ന്റെ ഗുണകം എന്താക്കി മാറ്റിയാലാണ്, $x-1$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുക?
   - (b) x ന്റെ ഗുണകം എന്താക്കി മാറ്റിയാലാണ്, $x-1$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുക?
   - (c) സ്ഥിരപദം എന്താക്കി മാറ്റിയാലാണ്, $x-1$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുക?

2. (a) $x^2-5x+6=0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക
   - (b) x^4-5x^2+6 എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക

3. (a) x^4+4 എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ടു ബഹുപദങ്ങളുടെ വർഗങ്ങളുടെ വ്യത്യാസമായി എഴുതുക
   - (b) x^4+4 നെ രണ്ടു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക
   - (c) 1 നേക്കാൾ വലിയ ഏതു എണ്ണൽസംഖ്യ n എടുത്താലും, n^4+4 അഭാജ്യസംഖ്യ അല്ലെന്നു തെളിയിക്കുക

4. $p(x)=x^2-6x+8$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ, x ആയി വിവിധസംഖ്യകൾ എടുക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന $p(x)$ എന്ന സംഖ്യകളിൽ ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ -1 ആണെന്നു തെളിയിക്കുക

ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 2

1. $p(x) = 2x^2 + 4x - 5$ എന്ന ബഹുപദത്തിനെ $x - 1$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $p(1) = 2 + 4 - 5 = 1$ എന്നു കിട്ടും. ശിഷ്ടം പൂജ്യമല്ലാത്തതിനാൽ $x - 1$ എന്ന ബഹുപദം, $p(x)$ ന്റെ ഘടകമല്ല

   (a) $q(x) = ax^2 + 4x - 5$ എന്നെടുത്താൽ, $x - 1$ ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാകണമെങ്കിൽ $q(1) = 0$ ആകണം; അതായത്, $a + 4 - 5 = 0$ അഥവാ $a = 1$. ഇതനുസരിച്ച്, x^2 ന്റെ ഗുണകം 1 ആക്കി മാറ്റിയാൽ $x - 1$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും

   (b) $q(x) = 2x^2 + ax - 5$ എന്നെടുത്താൽ, $x - 1$ ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാകണമെങ്കിൽ $2 + a - 5 = 0$ അഥവാ $a = 3$. ആകണം; അതായത്, x ന്റെ ഗുണകം 3 ആക്കി മാറ്റിയാൽ $x - 1$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും

   (c) $q(x) = 2x^2 + 4x + a$ എന്നെടുത്താൽ, $x - 1$ ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാകണമെങ്കിൽ $2 + 4 + a = 0$ അഥവാ $a = -6$. ആകണം; അതായത്, സ്ഥിരസംഖ്യ -6 ആക്കി മാറ്റിയാൽ $x - 1$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും

2. (a) $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$ ആയതിനാൽ, സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹരങ്ങൾ $2, 3$

   (b) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ ആകണമെങ്കിൽ, ആദ്യത്തെ കണക്കനുസരിച്ച് $x^2 = 2$ അല്ലെങ്കിൽ $x^2 = 3$ ആകണം; അതായത് $x = \pm\sqrt{2}$ അല്ലെങ്കിൽ $x = \pm\sqrt{3}$. അപ്പോൾ

$$x^4 - 5x^2 + 6 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$$

3. (a) $x^4 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2$ എന്നെഴുതാം

   (b) മുകളിൽ എഴുതിയതനുസരിച്ച് $x^4 + 4 = (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$

   (c) ഏത് എണ്ണൽസംഖ്യ n എടുത്താലും $n^2 + 2n + 2$, $n^2 - 2n + 2$ ഇവയും എണ്ണൽസംഖ്യകൾതന്നെ; കൂടാതെ

$$n^2 + 2n + 2 = (n + 1)^2 + 1$$
$$n^2 - 2n + 2 = (n - 1)^2 + 1$$

   ആയതിനാൽ, $n > 1$ ആണെങ്കിൽ, ഇവ രണ്ടും 1 നേക്കാൾ വലുതാണ്. മുകളിലെ കണക്കനുസരിച്ച്

$$n^4 + 4 = (n^2 + 2n + 2)(n^2 - 2n + 2)$$

   അതായത് $n^2 + 2n + 2$, $n^2 - 2n + 2$ ഇവ രണ്ടും $n^4 + 4$ ന്റെ 1 നേക്കാൾ വലിയ ഘടകങ്ങളാണ്

4. $p(x) = x^2 - 6x + 8 = (x - 3)^2 - 1$ എന്നെഴുതാം. x ആയി ഏതു സംഖ്യ എടുത്താലും $(x - 3)^2 \geq 0$ ആയതിനാൽ $p(x) \geq -1$ ആയിരിക്കും; കൂടാതെ $x = 3$ എന്നെടുത്താൽ $p(x) = -1$

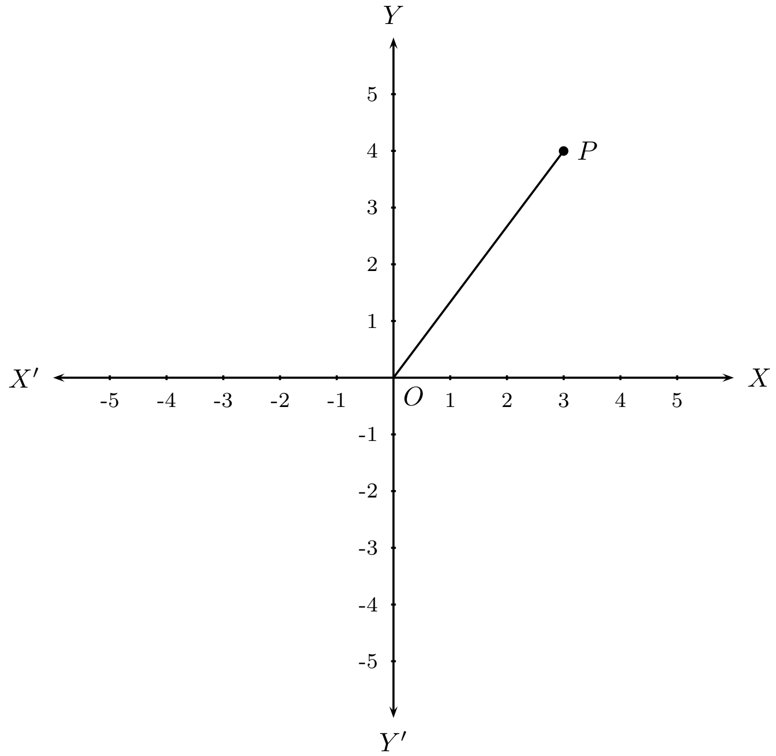
10 ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

- രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലത്തിന്റെ വർഗം, അവയുടെ x-സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ വർഗത്തിന്റേയും, y-സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ വർഗത്തിന്റേയും തുകയാണ്
- രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (x_1, y_1), (x_2, y_2) ആണെങ്കിൽ, അവ തമ്മിലുള്ള അകലം $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ആണ്
- y-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏതു വരയിലും, ബിന്ദുക്കളുടെ x-സൂചകസംഖ്യ മാറുന്നതനുസരിച്ച് y-സൂചകസംഖ്യ മാറുന്നത് ഒരേ നിരക്കിലാണ്
- y-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏതു വരയിലും, രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെ y-സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തെ x-സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഒരേ സംഖ്യതന്നെ കിട്ടും
- y-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമല്ലാത്ത ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെ y-സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തെ x-സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്ന സംഖ്യ, ഈ വര x-അക്ഷവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ $\tan$ അളവാണ്; ഇതിനെ വരയുടെ ചരിവ് എന്നു പറയുന്നു
- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു തലത്തിൽ ഒരു വര വരച്ചാൽ, അതിലെ ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം സൂചകസംഖ്യകൾ $ax + by + c = 0$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള ഒരു സമവാക്യം അനുസരിക്കും; മറിച്ച്, ഈ സമവാക്യം അനുസരിക്കുന്ന സംഖ്യാജോടികളെല്ലാം ഈ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകളായിരിക്കും; ഈ സമവാക്യത്തെ വരയുടെ സമവാക്യം എന്നു പറയുന്നു

10. ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ, അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് P എന്ന ബിന്ദുവും അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്



✍ P ൽക്കൂടി x-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി ഒരു വര വരച്ച്, y-അക്ഷത്തെ Q യിൽ ഖണ്ഡിക്കുക

✍ OQ ന്റെ നീളം എത്രയാണ്? $\boxed{}$

✍ PQ ന്റെ നീളം എത്രയാണ്? $\boxed{}$

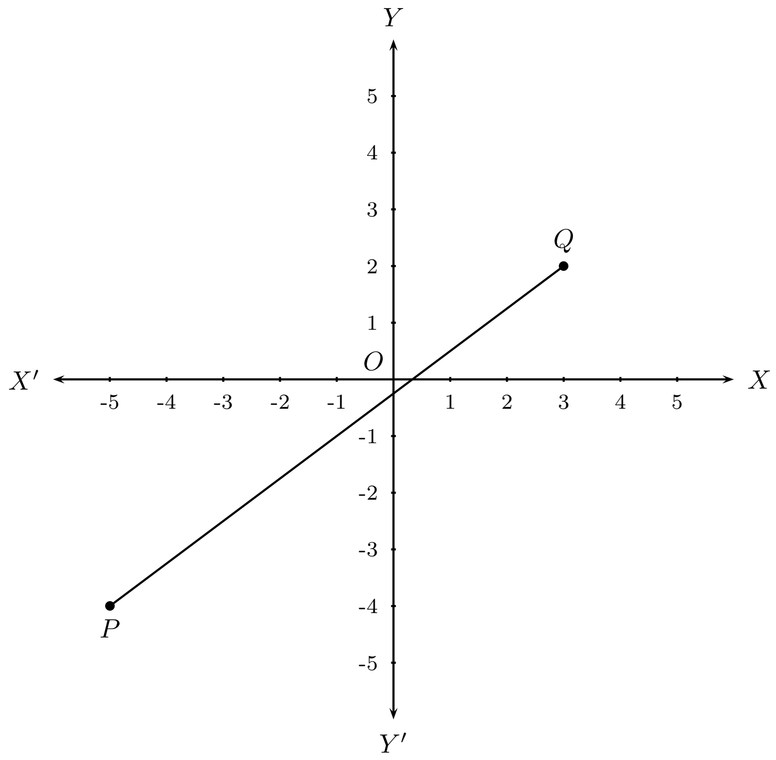
✍ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിച്ച്, ചിത്രത്തിൽ എഴുതുക $(\boxed{}, \boxed{})$

✍ OPQ എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽനിന്ന് $OP^2 = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$

✍ $OP = \boxed{}$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 1

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ, അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളും അടയാള പ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്



✍ P, Q ഇവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിച്ച്, ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടു ത്തുക

✍ P ൽക്കൂടി x-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി ഒരു വര വരയ്ക്കുക

✍ Q ൽക്കൂടി y-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി ഒരു വര വരയ്ക്കുക

✍ ഈ വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു R എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക

✍ R ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിച്ച്, ചിത്രത്തിൽ എഴുതുക

✍ $PR = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

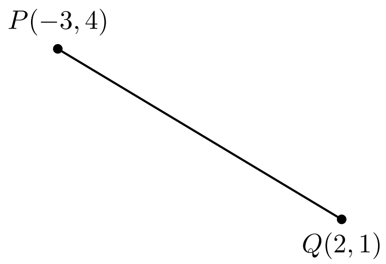
✍ $QR = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

✍ PQR എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽനിന്ന് $PQ^2 = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$

✍ $PQ = \boxed{}$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ അക്ഷങ്ങൾ കടലാസിന്റെ വക്കുകൾക്കു സമാന്തരമാണ്; അവ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടില്ല. P, Q എന്ന ബിന്ദുക്കളും അവയുടെ സൂചകസംഖ്യകളും അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്



✍ P ൽക്കൂടി, കടലാസിന്റെ ഇടതു വക്കിനു സമാന്തരമായി ഒരു വര വരയ്ക്കുക

✍ Q ൽക്കൂടി, കടലാസിന്റെ മുകളിലെ വക്കിനു സമാന്തരമായി ഒരു വര വരയ്ക്കുക

✍ ഈ വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിനെ R എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക

✍ R ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിച്ച്, ചിത്രത്തിൽ എഴുതുക

✍ $PR = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

✍ $QR = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

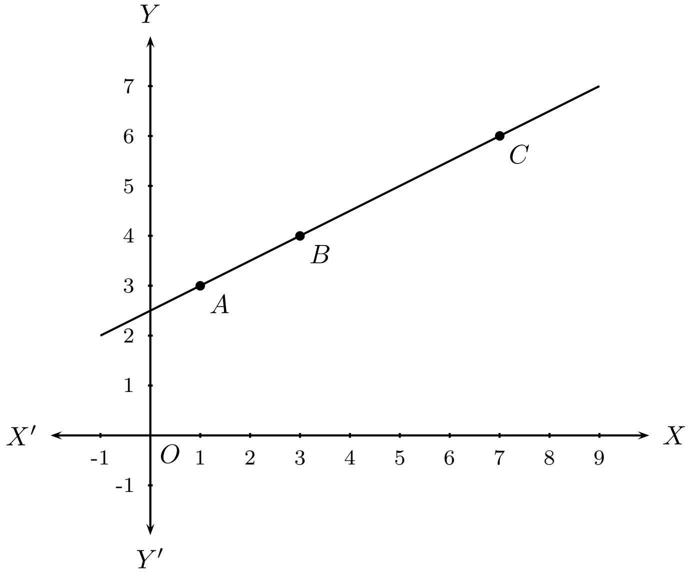
✍ PQR എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽനിന്ന് $PQ^2 = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$

✍ $PQ = \boxed{}$

✍ ചിത്രത്തിൽ ഉപയോഗിച്ച അക്ഷങ്ങൾ വരച്ചു ചേർക്കാമോ?

വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ അക്ഷങ്ങളും, ഒരേ വരയിലെ A, B, C എന്നീ മൂന്നു ബിന്ദുക്കളുമുണ്ട്:



✍ A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിച്ച്, ചിത്രത്തിൽ എഴുതുക

☞ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ നോക്കുക

✍ Aൽനിന്ന് Bൽ എത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂട്ടണം? ☐

✍ y-സൂചകസംഖ്യയോ? ☐

✍ x-സൂചകസംഖ്യ ☐ കൂടുമ്പോൾ y-സൂചകസംഖ്യ ☐ കൂടുന്നു

☞ B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ നോക്കുക

✍ Bൽനിന്ന് Cൽ എത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂട്ടണം? ☐

✍ y-സൂചകസംഖ്യയോ? ☐

✍ x-സൂചകസംഖ്യ ☐ കൂടുമ്പോൾ y-സൂചകസംഖ്യ ☐ കൂടുന്നു

☞ ഈ വരയിലെ P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ x-സുചകസംഖ്യ 2 ആണ്. അതിന്റെ y-സൂചകസംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കണം

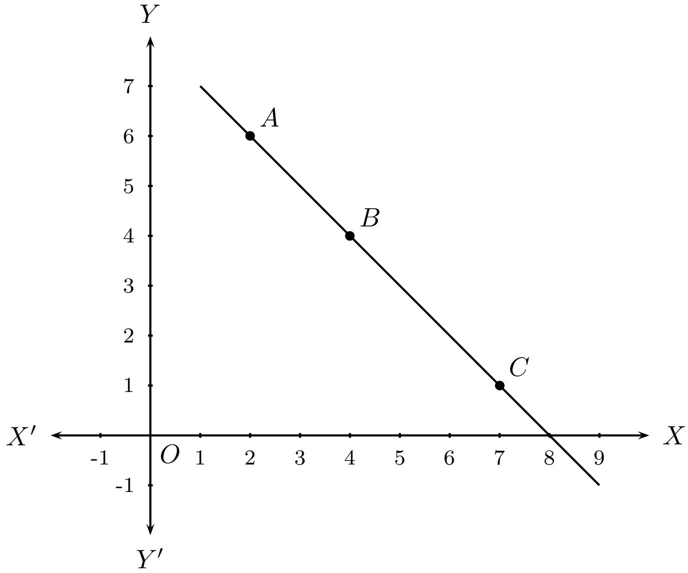
✍ Aൽനിന്ന് Pൽ എത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂട്ടണം? ☐

✍ അപ്പോൾ y-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂടും? ☐

✍ Pയുടെ y-സൂചകസംഖ്യ ☐

വർക്ക്ഷീറ്റ് 4

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ അക്ഷങ്ങളും, ഒരേ വരയിലെ A, B, C എന്നീ മൂന്നു ബിന്ദുക്കളുമുണ്ട്:



✍ A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിച്ച്, ചിത്രത്തിൽ എഴുതുക

☞ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ നോക്കുക

✍ Aൽനിന്ന് Bൽ എത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂട്ടണം? $\boxed{\quad}$

✍ y-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കുറയ്ക്കണം? $\boxed{\quad}$

✍ x-സൂചകസംഖ്യ $\boxed{\quad}$ കൂടുമ്പോൾ y-സൂചകസംഖ്യ $\boxed{\quad}$ കുറയുന്നു

☞ B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ നോക്കുക

✍ Bൽനിന്ന് Cൽ എത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂട്ടണം? $\boxed{\quad}$

✍ y-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കുറയ്ക്കണം? $\boxed{\quad}$

✍ x-സൂചകസംഖ്യ $\boxed{\quad}$ കൂടുമ്പോൾ y-സൂചകസംഖ്യ $\boxed{\quad}$ കുറയുന്നു

☞ ഈ വരയിലെ P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ x-സുചകസംഖ്യ 3 ആണ്. അതിന്റെ y-സൂചകസംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കണം

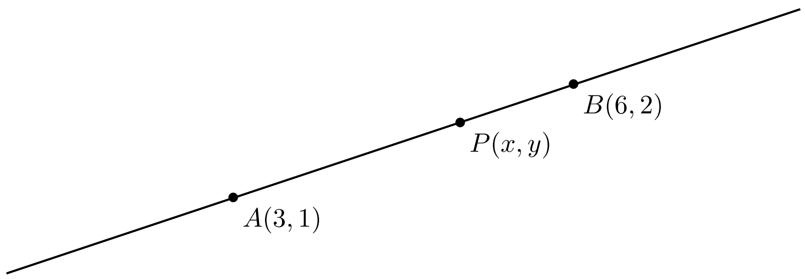
✍ Aൽനിന്ന് Pൽ എത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂട്ടണം? $\boxed{\quad}$

✍ അപ്പോൾ y-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കുറയ്ക്കണം? $\boxed{\quad}$

✍ Pയുടെ y-സൂചകസംഖ്യ $\boxed{\quad}$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 5

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ അക്ഷങ്ങൾ കടലാസിന്റെ വക്കുകൾക്കു സമാന്തരമാണ്; അവ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടില്ല. A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് P. അതിന്റെ x, y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കണം



☞ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ നോക്കുക

✍ A ൽനിന്ന് B ൽ എത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂട്ടണം? $\square$

✍ y-സൂചകസംഖ്യയോ? $\square$

✍ x-സൂചകസംഖ്യ $\square$ കൂടുമ്പോൾ y-സൂചകസംഖ്യ $\square$ കൂടുന്നു

✍ x-സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് y-സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിന്റെ നിരക്ക് $\square$

☞ A, P എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ നോക്കുക

✍ A ൽനിന്ന് P ൽ എത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂട്ടണം? $x - \square$

✍ y-സൂചകസംഖ്യയോ? $y - \square$

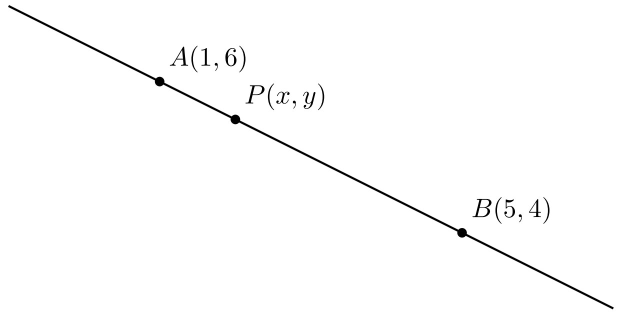
✍ വരയിൽ എവിടെയും x-സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് y-സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിന്റെ നിരക്ക് തുല്യമായതിനാൽ

$$\frac{y - \square}{x - \square} = \square$$

✍ ഇതിൽനിന്ന് $\square(y - \square) = x - \square$

✍ ഇതു ലഘൂകരിച്ചാൽ $x - \square y = 0$

☞ ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ അക്ഷങ്ങൾ കടലാസിന്റെ വക്കുകൾക്കു സമാന്തരമാണ്; അവ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടില്ല. A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് P. അതിന്റെ x, y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കണം



☞ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ നോക്കുക

✍ A ൽനിന്ന് B ൽ എത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂട്ടണം? $\square$

✍ y-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കുറയ്ക്കണം? $\square$

✍ x-സൂചകസംഖ്യ $\square$ കൂടുമ്പോൾ y-സൂചകസംഖ്യ $\square$ കുറയുന്നു

✍ x-സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് y-സൂചകസംഖ്യ കുറയുന്നതിന്റെ നിരക്ക് $\square$

☞ A, P എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ നോക്കുക

✍ A ൽനിന്ന് P ൽ എത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂട്ടണം? $x - \square$

✍ y-സൂചകസംഖ്യ എത്ര കുറയ്ക്കണം? $y - \square$

✍ വരയിൽ എവിടെയും x-സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് y-സൂചകസംഖ്യ കുറയുന്നതിന്റെ നിരക്ക് തുല്യമായതിനാൽ

$$\frac{\square - y}{x - \square} = \square$$

✍ ഇതിൽനിന്ന് $\square(\square - y) = x - \square$

✍ ഇതു ലഘൂകരിച്ചാൽ $x + \square y - \square = 0$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 7

ചോദ്യങ്ങൾ

ഭാഗം 1

1. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു മൂല ആധാരബിന്ദുവും, മറ്റു രണ്ടു മൂലകൾ $(3,0)$, $(0,4)$ ഇവയുമാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്രയാണ്?

2. ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രവും, ആരം 10 ഉം ആയി ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു. സൂചകസംഖ്യകൾ $(6,9)$, $(5,9)$, $(6,8)$ ആയ ബിന്ദുക്കൾ ഈ വൃത്തത്തിനകത്തോ, പുറത്തോ, വൃത്തത്തിൽത്തന്നെയോ എന്നു പരിശോധിക്കുക

3. x-അക്ഷത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തം, $(1,3)$, $(2,4)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക

4. $(3,2)$, $(5,6)$ എന്നി ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര $(8,10)$ എന്ന ബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നു പോകുമോ? $(8,12)$ ആയാലോ?

5. $(1,4)$ എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന ഒരു വരയുടെ ചരിവ് $\frac{1}{3}$ ആണ്.

   (a) ഈ വര $(7,6)$ എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുമോ?

   (b) ഈ വര അക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

6. $(3,7)$, $(5,6)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയിലെ മറ്റു രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ കണ്ടുപിടിക്കുക

7. $(2,5)$, $(4,4)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര (x,y) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു എങ്കിൽ $(x+2, y-1)$ എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയും കടന്നുപോകും എന്നു തെളിയിക്കുക

8. ഒരു വരയുടെ സമവാക്യം $2x-3y+1=0$ ആണ്.

   (a) ഈ വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ കണ്ടുപിടിക്കുക

   (b) ഈ വരയുടെ ചരിവ് എന്താണ്?

9. രണ്ടു വരകളുടെ സമവാക്യങ്ങൾ $x+2y-1=0$, $x+2y-4=0$ എന്നിങ്ങിനെയാണ്

   (a) ഈ വരകളിൽ ഓരോന്നിലേയും രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ വീതം കണ്ടുപിടിക്കുക.

   (b) ഈ വരകൾ സമാന്തരമാണെന്നു തെളിയിക്കുക

10. രണ്ടു വരകളുടെ സമവാക്യങ്ങൾ $2x-3y+10=0$, $3x+2y-11=0$ എന്നിങ്ങിനെയാണ്

    (a) ഇവ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ കണ്ടുപിടിക്കുക

    (b) ഓരോ വരയിലേയും മറ്റൊരു ബിന്ദുകൂടി കണ്ടുപിടിക്കുക

    (c) ഈ വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെന്നു തെളിയിക്കുക

ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 1

1. ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകൾ $O(0,0)$, $A(3,0)$, $B(0,4)$ എന്നെടുത്താൽ $OA = 3$, $OB = 4$, $AC = \sqrt{3^2+4^2} = 5$; ചുറ്റളവ്, $3+4+5 = 12$

2. ബിന്ദുക്കൾ $A(6,9)$, $B(5,9)$, $C(6,8)$ എന്നെടുത്താൽ, വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് അവയുടെ അകലം

$$OA = \sqrt{6^2+9^2} = \sqrt{107} > 10$$
$$OB = \sqrt{5^2+9^2} = \sqrt{96} < 10$$
$$OC = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{100} = 10$$

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 10 ആയതിനാൽ, ഇതിൽനിന്ന് A വൃത്തത്തിനു പുറത്താണെന്നും, B വൃത്തത്തിനകത്താണെന്നും, C വൃത്തത്തിൽത്തന്നെയാണെന്നും കാണാം

3. വൃത്തകേന്ദ്രം x-അക്ഷത്തിലായതിനാൽ, അതിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(x,0)$ എന്നെടുക്കാം. $(1,3)$, $(2,4)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിൽ ആയതിനാൽ അവ, വൃത്തകേന്ദ്രമായ $(x,0)$ ൽനിന്ന് ഒരേ അകലത്തിലാണ്; അതായത്,

$$(x-1)^2 + 3^2 = (x-2)^2 + 4^2$$

ഇതു ലഘൂകരിച്ചാൽ, $x = 5$ എന്നു കിട്ടും; വൃത്തകേന്ദ്രം $(5,0)$

4. $(3,2)$ ൽനിന്ന് $(5,6)$ ലേക്കെത്തുമ്പോൾ x-സൂചകസംഖ്യ 2 കൂടുന്നു; y-സൂചകസംഖ്യ 4 കൂടുന്നു. അപ്പോൾ ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയിലെ ബിന്ദുക്കളിലെല്ലാം, x-സൂചകസംഖ്യ 2 കൂടുമ്പോൾ, y-സൂചകസംഖ്യ 4 കൂടും; അഥവാ x-സൂചകസംഖ്യ 1 വീതം കൂടുമ്പോൾ, y-സൂചകസംഖ്യ 2 വീതം കൂടും

   $(5,6)$ എന്ന ബിന്ദുവിൽനിന്ന് $(8,10)$ എന്ന ബിന്ദുവിലെത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ 3 കൂട്ടണം; y-സൂചകസംഖ്യ 4 കൂട്ടണം. വരയിലെ നിരക്കനുസരിച്ച്, x-സൂചകസംഖ്യ 3 കൂടുമ്പോൾ, y-സൂചകസംഖ്യ കൂടേണ്ടത് 6 ആണ്. അതിനാൽ $(8,10)$ എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലില്ല

   $(5,6)$ ൽനിന്ന് $(8,12)$ ൽ എത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ 3 ഉം y-സൂചകസംഖ്യ 6 ഉം കൂട്ടണം. ഇത് വരയിലെ നിരക്കിൽത്തന്നെ ആയതിനാൽ $(8,12)$ വരയിലെ ബിന്ദുവാണ്

5. വരയുടെ ചരിവ് $\frac{1}{3}$ എന്നു പറഞ്ഞാൽ, വരയിലെ ബിന്ദുക്കളിൽ x-സൂചകസംഖ്യ മാറുന്നതിനനുസരിച്ച് y-സൂചകസംഖ്യ മാറുന്നത് 3 ന് 1 എന്ന നിരക്കിലാണ് എന്നർത്ഥം

   (a) $(1,4)$ എന്ന ബിന്ദുവിൽനിന്ന് $(7,6)$ എന്ന ബിന്ദുവിലെത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ 6 ഉം y-സൂചകസംഖ്യ 2 ഉം കൂട്ടണം, ഇത് വരയിലെ നിരക്കിൽത്തന്നെയാണ്. അതിനാൽ ഈ ബിന്ദുവിൽക്കൂടി വര കടന്നുപോകും

   (b) ഈ വര x-അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു $(x,0)$ എന്നെടുക്കാം. $(1,4)$ ൽനിന്ന് $(x,0)$ ലേക്ക് എത്തുമ്പോൾ y-സൂചകസംഖ്യ 4 കുറയുന്നു. അതിന് x-സൂചകസംഖ്യ $4 \times 3 = 12$ കുറയണം; അതായത്, $1 - 12 = -11$ ആകണം. അതിനാൽ, വര x-അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു $(-11,0)$

വര y-അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു $(0, y)$ എന്നെടുക്കുക. $(1, 4)$ ൽനിന്ന് $(0, y)$ ലേക്ക് എത്തുമ്പോൾ x-സൂചകസംഖ്യ 1 കുറയുന്നു. അതിന് y-സൂചകസംഖ്യ $\frac{1}{3}$ കുറയണം; അതായത്, $4 - \frac{1}{3} = 3\frac{2}{3}$ ആകണം. അതിനാൽ, വര y-അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു $(0, 3\frac{2}{3})$

6. $(3, 7)$ ൽനിന്ന് $(5, 6)$ ലേക്ക് എത്തുമ്പോൾ x-സൂചകസംഖ്യ 2 കൂടുന്നു; y-സൂചകസംഖ്യ 1 കുറയുന്നു. അപ്പോൾ ഈ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളിലെല്ലാം x-സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച്, y-സൂചകസംഖ്യ കുറയുന്നത് ഇതേ നിരക്കിലാണ്

   ഉദാഹരണമായി, $(5, 6)$ എന്നതിൽനിന്ന് x-സൂചകസംഖ്യ 2 കൂട്ടി 7 ആക്കിയാൽ, ഈ വരയിലെ ബിന്ദു കിട്ടാൻ y-സൂചകസംഖ്യ 1 കുറച്ച്, 5 ആക്കണം; അതായത് $(7, 5)$ എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലാണ്. ഇതുപോലെ $(9, 4)$ എന്ന ബിന്ദുവും ഈ വരയിലാണ്

7. $(2, 5)$ ൽനിന്ന് $(4, 4)$ ലേക്ക് എത്താൻ x-സൂചകസംഖ്യ 2 കൂട്ടണം; y-സൂചകസംഖ്യ 1 കുറയ്ക്കണം. അപ്പോൾ ഈ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളിലെല്ലാം x-സൂചകസംഖ്യ 2 കൂടുമ്പോൾ; y-സൂചകസംഖ്യ 1 കുറയും. അതായത് (x, y) ഈ വരയിലെ ബിന്ദുവാണെങ്കിൽ, x-സൂചകസംഖ്യ 2 കൂട്ടി $x + 2$ ആക്കുമ്പോൾ, ഈ വരയിലെത്തന്നെ ബിന്ദു കിട്ടാൻ y-സൂചകസംഖ്യ 1 കുറച്ച്, $y - 1$ ആക്കണം

8. (a) $2x - 3y + 1 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തെ $y = \frac{1}{3}(2x + 1)$ എന്നെഴുതാം. ഇതിന്റെ വലതുവശത്ത് x ആയി ഏതു സംഖ്യയെടുത്ത് y കണ്ടുപിടിച്ചാലും, (x, y) എന്ന ആ സംഖ്യാജോടി, വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകളായിരിക്കും.

   ഉദാഹരണമായി, $x = 1$ എന്നെടുത്താൽ $y = 1$ എന്നുകിട്ടും. അപ്പോൾ $(1, 1)$ ഈ വരയിലെ ബിന്ദുവാണ്. $x = 4$ എന്നെടുത്താൽ, വരയിലെ $(4, 3)$ എന്ന ബിന്ദു കിട്ടും

   (b) $(1, 1)$ ൽനിന്ന് $(4, 3)$ ലേക്കെത്തുമ്പോൾ x-സൂചകസംഖ്യ 3 കൂടുന്നു; y-സൂചകസംഖ്യ 2 കൂടുന്നു. അപ്പോൾ, വരയുടെ ചരിവ് $\frac{2}{3}$

9. (a) $x + 2y - 1 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തെ $y = \frac{1}{2}(1 - x)$ എന്നെഴുതിയാൽ, മുമ്പു ചെയ്തതുപോലെ $(1, 0)$, $(3, -1)$ ഇവ ഈ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണെന്നു കിട്ടും

   ഇതുപോലെ $x + 2y - 4 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തെ $y = \frac{1}{2}(4 - x)$ എന്നെഴുതിയാൽ, $(4, 0)$, $(2, 1)$ ഇവ ഈ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണെന്നു കാണാം

   (b) $(1, 0)$ ൽനിന്ന് $(3, -1)$ ലേക്കെത്തുമ്പോൾ x-സൂചകസംഖ്യ 2 കൂടുന്നു; y-സൂചകസംഖ്യ 1 കുറയുന്നു. അപ്പോൾ ആദ്യത്തെ വരയുടെ ചരിവ് $-\frac{1}{2}$

   $(4, 0)$ ൽനിന്ന് $(2, 1)$ ലേക്കെത്തുമ്പോൾ x-സൂചകസംഖ്യ 2 കുറയുന്നു y-സൂചകസംഖ്യ 1 കൂടുന്നു. അപ്പോൾ രണ്ടാമത്തെ വരയുടെ ചരിവ് $-\frac{1}{2}$

   ചരിവുകൾ തുല്യമായതിനാൽ, ഈ വരകൾ x-അക്ഷവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകളും തുല്യമാണ്. അതിനാൽ അവ സമാന്തരമാണ്

10. (a) വരകൾ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു കണ്ടുപിടിക്കാൻ,

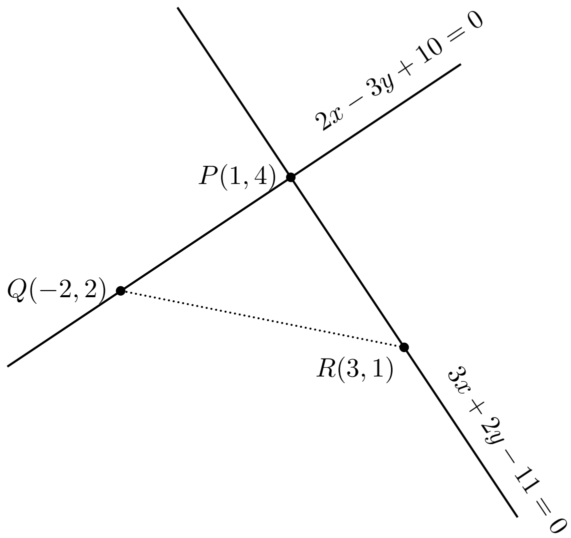
$$2x - 3y + 10 = 0$$
$$3x + 2y - 11 = 0$$

   എന്നീ സമവാക്യങ്ങൾ രണ്ടും ശരിയാകുന്ന x, y എന്നി സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കണം. ഒന്നാമത്തെ സമവാക്യത്തെ 2 കൊണ്ടും, രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യത്തെ 3 കൊണ്ടും ഗുണിച്ചു കൂട്ടിയാൽ $13x - 13 = 0$, അഥവാ $x = 1$ എന്നു കിട്ടും; ഇത് ആദ്യത്തെ

സമവാക്യത്തിൽ ഉപയോഗിച്ചാൽ $y = 4$ എന്നും കിട്ടും. അപ്പോൾ വരകൾ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു $(1, 4)$

(b) മുമ്പു ചെയ്തതുപോലെ $(-2, 2)$ ആദ്യത്തെ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണെന്നും, $(3, 1)$ രണ്ടാമത്തെ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണെന്നും കാണാൻ വിഷമമില്ല

(c) ഈ ചിത്രം നോക്കുക



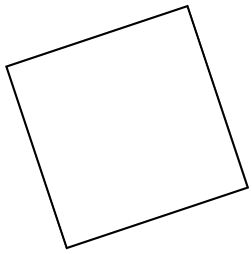
$$PQ^2 = 3^2 + 2^2 = 13$$
$$PR^2 = 2^2 + 3^2 = 13$$
$$QR^2 = 5^2 + 1 = 26$$

$PQ^2 + PR^2 = QR^2$ ആയതിനാൽ, പൈഥഗോറസ് സിദ്ധാന്തം അനുസരിച്ച്, $\angle QPR$ മട്ടമാണ്; അതായത്, വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണ്

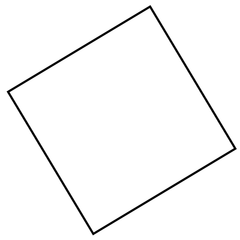
ചോദ്യങ്ങൾ

ഭാഗം 2

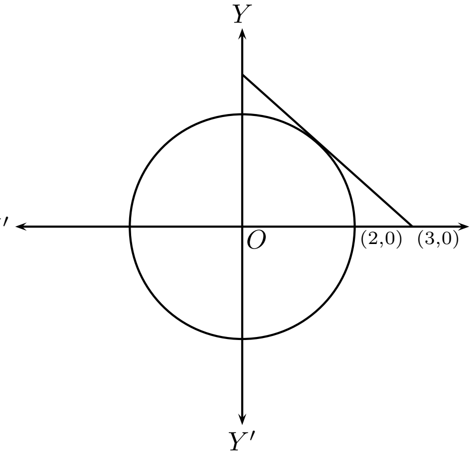
1. ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമചതുരം ചരിച്ചു വരച്ചിരിക്കുന്നു. അതിന്റെ മറ്റു രണ്ടു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക:



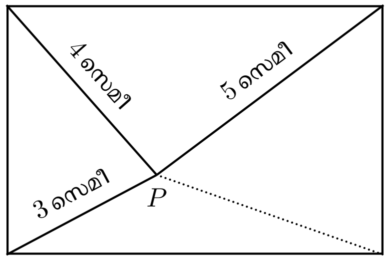
2. ചിത്രത്തിലെ സമചതുരത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക:



3. ചിത്രത്തിൽ ഒരു വൃത്തവും അതിന്റെ ഒരു തൊടുവരയും വരച്ചിരിക്കുന്നു: തൊടുവര വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക



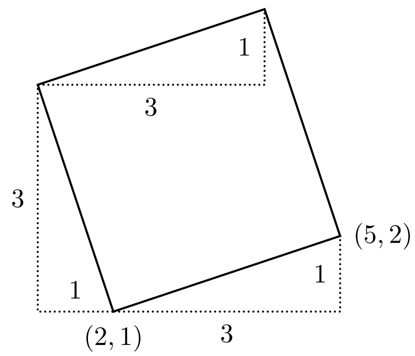
4. ചിത്രത്തിൽ $ABCD$ ഒരു ചതുരമാണ്. PD എത്രയാണ്?



ഉത്തരങ്ങൾ

ഭാഗം 2

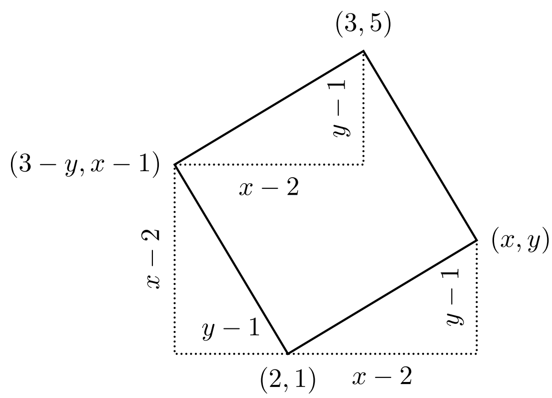
1. ചിത്രത്തിൽക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരമായി വരകൾ വരച്ചാൽ, സർവസമമായ മൂന്നു ത്രികോണങ്ങൾ കിട്ടും. സൂചകസംഖ്യകൾ അറിയാവുന്ന മൂലകളിൽനിന്ന്, ഇവയുടെ ലംബവശങ്ങളുടെ നീളം 3, 1 ആണെന്നു കാണാം
   ഇനി ഇടതു മുകളിലെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(2-1, 1+3) = (1, 4)$ എന്നും, ഇതിൽനിന്ന്, വലതു മുകളിലെ മൂല $(1+3, 4+1) = (4, 5)$ ആണെന്നും കാണാം



2. ആദ്യത്തെ കണക്കിലെപ്പോലെ സർവസമമായ മൂന്നു ത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കാം. താഴത്തെ വലതുമൂല (x, y) എന്നെടുത്താൽ, ചിത്രത്തിൽക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ നീളങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്താം. ഇവയിൽനിന്ന്, ഇടതു താഴത്തെ മൂല $(2-(y-1), 1+(x-2)) = (3-y, x-1)$ എന്നു കിട്ടും. അപ്പോൾ വലതു മുകളിലെ മൂല $((3-y)+(x-2), (x-1)+(y-1)) = (x-y+1, x+y-2)$ ആകണം. ഇത് $(3, 5)$ ആയതിനാൽ $x-y+1 = 3$, $x+y-2 = 5$ എന്നു കിട്ടും; അതായത്

$$x - y = 2$$
$$x + y = 7$$

   ഈ സമവാക്യങ്ങൾ കൂട്ടി, രണ്ടുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ $x = 4.5$ എന്നും, രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യത്തിൽനിന്ന് ആദ്യത്തെ സമവാക്യം കുറച്ച് രണ്ടുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ $y = 2.5$ എന്നും കിട്ടും. അതായത്, സമചതുരത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു മൂലകൾ $(4.5, 2.5)$, $(0.5, 3.5)$



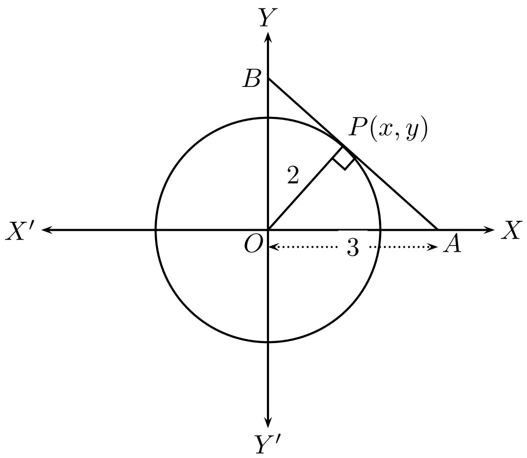
3. തൊടുവര വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദു $P(x, y)$ എന്നെടുത്ത്, OP യോജിപ്പിച്ചാൽ, തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളനുസരിച്ച്, ചിത്രത്തിൽക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ അകലങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്താം
$OP = 2$ ആയതിനാൽ

$$x^2 + y^2 = 4$$

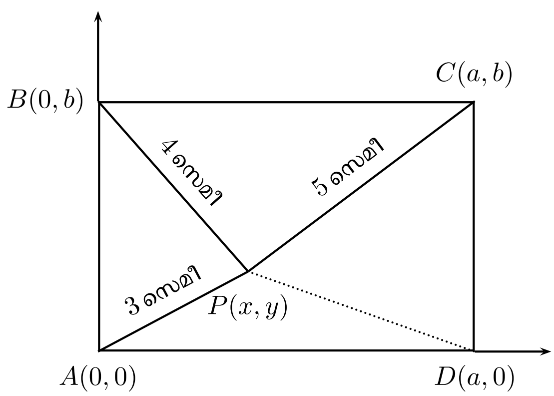
OAP എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽനിന്ന് $AP^2 = 9 - 4 = 5$; അതായത്

$$(x-3)^2 + y^2 = 5$$

രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യത്തിൽനിന്ന് ആദ്യത്തെ സമവാക്യം കുറച്ചാൽ $9 - 6x = 1$ എന്നും, അതിൽനിന്ന് $x = \frac{4}{3}$ എന്നും കിട്ടും. ഇത് ആദ്യത്തെ സമവാക്യത്തിൽ ഉപയോഗിച്ചാൽ $y = \frac{2}{3}\sqrt{5}$; അതായത്, P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\sqrt{5}\right)$



4. A ആധാരബിന്ദുവായും, AD, AB ഇവ അക്ഷങ്ങളായും എടുത്താൽ, ചതുരത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ ചിത്രത്തിലേതുപോലെ എടുക്കാം. P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (x, y) എന്നെടുത്താൽ,



$$x^2 + y^2 = 9$$
$$x^2 + (y-b)^2 = 16$$
$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = 25$$

നമുക്കു വേണ്ടത്

$$PD^2 = (x-a)^2 + y^2$$

രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യത്തിൽനിന്ന് ഒന്നാമത്തെ സമവാക്യം കുറച്ചാൽ

$$(y-b)^2 - y^2 = 7$$

ഇത് മൂന്നാമത്തെ സമവാക്യത്തിൽനിന്നു കുറച്ചാൽ

$$(x-a)^2 + y^2 = 18$$

അതായത്, $PD = 3\sqrt{2}$ സെമീ

11 സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്

അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

- വിഭാഗങ്ങളും അവയിലെ ആവൃത്തികളുമായി പട്ടികപ്പെടുത്തിയ വിവരങ്ങളിൽനിന്ന് മാധ്യം കാണുന്നതിന്, ഓരോ വിഭാഗത്തിലേയും മാധ്യം ആ വിഭാഗത്തിന്റെ മധ്യത്തിലുള്ള സംഖ്യയാണ് എന്നു സങ്കൽപ്പിക്കുന്നു

- സംഖ്യകളും അവയുടെ ആവൃത്തികളുമായി പട്ടികപ്പെടുത്തിയ വിവരങ്ങളിൽനിന്ന് മധ്യമം കണ്ടുപിടിക്കാൻ, സംഖ്യകളെ ആരോഹണക്രമത്തിലെഴുതി, നടുക്കുവരുന്ന സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കണം; ഈ ക്രിയ എളുപ്പമാക്കാൻ സഞ്ചിതാവൃത്തികൾ ഉപയോഗിക്കാം

- വിഭാഗങ്ങളും അവയിലെ ആവൃത്തികളുമായി പട്ടികപ്പെടുത്തിയ വിവരങ്ങളിൽനിന്ന് മധ്യമം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്, ഓരോ വിഭാഗത്തിലും സഞ്ചിതാവൃത്തി മാറുന്നത് സംഖ്യകൾ മാറുന്നതിന് ആനുപാതികമാണ് എന്നു സങ്കൽപ്പിക്കുന്നു; ഇതിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ സഞ്ചിതാവൃത്തി മൊത്തം ആവൃത്തിയുടെ പകുതി ആകുന്ന സംഖ്യയാണ് മധ്യമം

☞ ഒരു തൊഴിൽശാലയിൽ പലതരം ജോലി ചെയ്യുന്നവരുടെ എണ്ണവും ദിവസക്കൂലിയും ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
200	3
225	5
250	6
275	4
300	2

☞ മാധ്യമായ ദിവസക്കൂലി കണ്ടുപിടിക്കണം

✍ ചുവടെയുള്ള പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം	ആകെ കൂലി (രൂപ)
200	3	$200 \times 3 = 600$
225	5	
250	6	
275	4	
300	2	
ആകെ		

മൊത്തം ദിവസക്കൂലി = $\boxed{}$

മൊത്തം ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം = $\boxed{}$

മാധ്യം = $\boxed{} \div \boxed{} = \boxed{}$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 1

☞ ഒരു പ്രദേശത്തു താമസിക്കുന്ന ചിലരെ അവരുടെ ഒരു ദിവസത്തെ വരുമാനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തരംതിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്

☞ മാധ്യ ദിവസവരുമാനം കണ്ടുപിടിക്കണം

ദിവസവരുമാനം	ആളുകളുടെ എണ്ണം
155–165	6
165–175	8
175–185	12
185–195	10
195–205	10
205–215	8
215–225	4
225–235	2

✍ 155 നും 165 നും ഇടയ്ക്ക് ദിവസവരുമാനമുള്ള എത്ര പേരുണ്ട്? ☐

✍ ഇവരുടെ ആകെ ദിവസവരുമാനം, ഈ വിഭാഗത്തിലെ മാധ്യ ദിവസവരുമാനം ☐ എന്നെടുക്കുന്നു

✍ അപ്പോൾ ഇവരുടെ ആകെ ദിവസവരുമാനം ☐ × ☐ = ☐

✍ ഇതുപോലെ ഓരോ വിഭാഗത്തിന്റേയും മാധ്യ ദിവസവരുമാനം അതിന്റെ മധ്യത്തിലെ സംഖ്യയായി എടുത്ത് ചുവടെയുള്ള പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക

വിഭാഗം	എണ്ണം	വിഭാഗ മാധ്യം	വിഭാഗത്തുക
155–165	6	160	$6 \times 160 = 960$
165–175			
175–185			
185–195			
195–205			
205–215			
215–225			
225–235			
ആകെ			

✍ ആകെ ആളുകളുടെ എണ്ണം ☐

✍ അവരുടെ ആകെ ദിവസവരുമാനം ☐

✍ മാധ്യ ദിവ്സവരുമാനം ☐ ÷ ☐ = ☐

വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

☞ 7 കുടുംബങ്ങളുടെ മാസവരുമാനം

4000 രൂപ, 5000 രൂപ, 6000 രൂപ, 7000 രൂപ, 8000 രൂപ, 9000 രൂപ, 10000 രൂപ

എന്നിങ്ങിനെയാണ്

✍ മധ്യമ മാസവരുമാനം എത്രയാണ്? ☐

☞ 33 കുടുംബങ്ങളെ മാസവരുമാനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തരംതിരിച്ചതാണ് വലതുവശത്തെ പട്ടിക

മാസവരുമാനം (രൂപ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
4000	2
5000	3
6000	5
7000	5
8000	8
9000	6
10000	4
ആകെ	33

✍ മധ്യമ മാസവരുമാനം എന്നത്, വരുമാനങ്ങളുടെ ആരോഹണക്രമത്തിൽ ☐-ാം കുടുംബത്തിന്റെ മാസവരുമാനമാണ്

✍ മാസവരുമാനം 5000 രൂപ വരെയുള്ള എത്ര കുടുംബങ്ങളുണ്ട്?

☐ + ☐ = ☐

✍ 6000 രൂപ വരെ ആയാലോ?

☐ + ☐ = ☐

✍ ഇതുപോലെ കൂട്ടി, വലതുവശത്തെ പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക

മാസവരുമാനം (രൂപ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
4000 വരെ	2
5000 വരെ	
6000 വരെ	
7000 വരെ	
8000 വരെ	

✍ 16 മുതൽ 23 വരെയുള്ള കുടുംബങ്ങളുടെ മാസവരുമാനം ☐

✍ 17-ാം കുടുംബത്തിന്റെ മാസവരുമാനം ☐

✍ മധ്യമ മാസവരുമാനം ☐

വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

11. സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്

☞ 32 കുടുംബങ്ങളെ മാസവരുമാനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ പല വിഭാഗങ്ങളായി തരംതിരിച്ചതാണ് വലതുവശത്തെ പട്ടിക

☞ മധ്യമ മാസവരുമാനം കണ്ടുപിടിക്കണം

മാസവരുമാനം (രൂപ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
3000–4000	2
4000–5000	4
5000–6000	5
6000–7000	8
7000–8000	6
8000–9000	5
9000–10000	2
ആകെ	32

✍ ഓരോ നിശ്ചിത മാസവരുമാനത്തേക്കാളും കുറവായ കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം പട്ടികയാക്കുക

☞ വലതുവശത്തെ സംഖ്യ 16 ആകുമ്പോൾ, ഇടതുവശത്തെ സംഖ്യ എന്താണെന്നു കണ്ടുപിടിക്കണം

മാസവരുമാനം (രൂപ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
4000 നേക്കാൾ കുറവ്	2
5000 നേക്കാൾ കുറവ്	6
6000 നേക്കാൾ കുറവ്	11
7000 നേക്കാൾ കുറവ്	
8000 നേക്കാൾ കുറവ്	
9000 നേക്കാൾ കുറവ്	
10000 നേക്കാൾ കുറവ്	

✍ വലതുവശത്തെ സംഖ്യ 11 ൽനിന്ന് 19 ആകുമ്പോൾ, ഇടതുവശത്തെ സംഖ്യ $\boxed{}$ ൽനിന്ന് $\boxed{}$ ആകുന്നു

✍ വലതുവശത്തെ സംഖ്യ 11 ൽനിന്ന് 1 കൂടുമ്പോൾ, ഇടതുവശത്തെ സംഖ്യ $\boxed{} \div \boxed{} = \boxed{}$ കൂടും എന്നെടുക്കാം

✍ വലതുവശത്തെ സംഖ്യ 11 ൽനിന്ന് 16 ആകാൻ, ഇടതുവശത്തെ സംഖ്യ 6000 ൽനിന്ന് $\boxed{} \times 125$ കൂടണം

✍ വലതുവശത്തെ സംഖ്യ 16 ആകാൻ, ഇടതുവശത്തെ സംഖ്യ $6000 + \boxed{} = \boxed{}$ ആകണം

✍ മധ്യമ മാസവരുമാനം $\boxed{}$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 4

ചോദ്യങ്ങൾ

1. ഒരു പരീക്ഷയിൽ കിട്ടിയ മാർക്കിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ, കുറേ കുട്ടികളെ തരംതിരിച്ച പട്ടികയാണ് വലതുവശത്തു കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. മാധ്യ മാർക്ക് എത്രയാണ്?

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
5	1
6	3
7	10
8	12
9	9
10	5

2. ഒരു ക്ലാസിലെ കുട്ടികളെ ഭാരത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വിഭാഗങ്ങളാക്കി തരംതിരിച്ച പട്ടിക വലതുവശത്ത് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. മാധ്യ ഭാരം എത്രയാണ്?

ഭാരം (കിലോഗ്രാം)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
30–35	3
35–40	8
40–45	12
45–50	9
50–55	6
55–60	2

3. ഒരു ആശുപത്രിയിൽ, ഒരാഴ്ച പിറന്ന കുട്ടികളുടെ എണ്ണവും ഭാരവുമാണ് വലതുവശത്തെ പട്ടികയിൽ. ഭാരത്തിന്റെ മധ്യമം കണക്കാക്കുക

ശിശുക്കളുടെ ഭാരം (കിലോഗ്രാം)	ശിശുക്കളുടെ എണ്ണം
2.50	4
2.60	6
2.75	8
2.80	10
3.00	12
3.15	10
3.25	8
3.30	7
3.50	5

4. ഒരു പ്രദേശത്തെ കുറേ വീടുകളെ വൈദ്യുതി ഉപയോഗത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വിഭാഗങ്ങളാക്കിയ പട്ടിക വലതുവശത്ത് കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മധ്യമ വൈദ്യുതി ഉപയോഗം കണ്ടുപിടിക്കുക

വൈദ്യുതി ഉപയോഗം (യൂണിറ്റ്)	വീടുകളുടെ എണ്ണം
80–90	3
90–100	6
100–110	5
110–120	8
120–130	9
130–140	9

ഉത്തരങ്ങൾ

1. പട്ടിക ചുവടെക്കാണുന്നതുപോലെ വലുതാക്കാം

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	ആകെ മാർക്ക്
5	1	$5 \times 1 = 5$
6	3	$6 \times 3 = 18$
7	10	$7 \times 10 = 70$
8	12	$8 \times 12 = 96$
9	9	$9 \times 9 = 81$
10	5	$10 \times 5 = 50$
ആകെ	40	320

മാധ്യ മാർക്ക് $= 320 \div 40 = 8$

2. ഓരോ വിഭാഗത്തിന്റേയും മാധ്യ ഭാരം അതിന്റെ മധ്യത്തിലെ സംഖ്യയായി എടുത്ത് ചുവടെ ക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ പട്ടിക വലുതാക്കാം

വിഭാഗം	എണ്ണം	വിഭാഗ മാധ്യം	വിഭാഗത്തുക
30–35	3	32.5	$3 \times 32.5 = 97.5$
35–40	8	37.5	$8 \times 37.5 = 300$
40–45	12	42.5	$12 \times 42.5 = 510$
45–50	9	47.5	$9 \times 47.5 = 427.5$
50–55	6	52.5	$6 \times 52.5 = 315$
55–60	2	57.5	$2 \times 57.5 = 115$
ആകെ	40		1765

മാധ്യ ഭാരം $= 1765 \div 40 \approx 44$ കിലോഗ്രാം

3. ആകെ 70 ശിശുക്കളുടെ ഭാരമാണ് പട്ടികപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത്. ഇവരെ ഭാരത്തിന്റെ ആ രോഹണക്രമത്തിൽ എഴുതിയാൽ, 35, 36 എന്നീ സ്ഥാനങ്ങളിലുള്ള ശിശുക്കളാണ് നടുക്കു വരുന്നത്. ഇവരുടെ ഭാരത്തിന്റെ മാധ്യമാണ്, മധ്യമഭാരം. അതു കണ്ടുപിടിക്കാൻ, പട്ടിക ചുവടെക്കാണുന്നതുപോലെ എഴുതാം:

ശിശുക്കളുടെ ഭാരം (കിലോഗ്രാം)	ശിശുക്കളുടെ എണ്ണം
2.50 വരെ	4
2.60 വരെ	10
2.75 വരെ	18
2.80 വരെ	28
3.00 വരെ	40

29-ാം സ്ഥാനം മുതൽ 40-ാം സ്ഥാനം വരെയുള്ള ശിശുക്കളുടെ ഭാരം 3 കിലോഗ്രാം ആണ്. അപ്പോൾ, 35, 36 എന്നീ സ്ഥാനങ്ങളിലുള്ള ശിശുക്കളുടെ ഭാരം 3 കിലോഗ്രാം. അതുതന്നെയാണ് മധ്യമ ഭാരം

4. മധ്യമം കണ്ടുപിടിക്കാൻ, പട്ടിക ഇങ്ങിനെ മാറ്റിയെഴുതാം:

വൈദ്യുതി ഉപയോഗം (യൂണിറ്റ്)	വീടുകളുടെ എണ്ണം
90 നേക്കാൾ കുറവ്	3
100 നേക്കാൾ കുറവ്	9
110 നേക്കാൾ കുറവ്	14
120 നേക്കാൾ കുറവ്	22
130 നേക്കാൾ കുറവ്	31
140 നേക്കാൾ കുറവ്	40

സംഖ്യ	സഞ്ചിതാവൃത്തി
90	3
100	9
110	14
120	22
130	31
140	40

സഞ്ചിതാവൃത്തി 20 ആകുമ്പോഴുള്ള സംഖ്യയാണ് മധ്യമം. സഞ്ചിതാവൃത്തി 14 ൽനിന്ന് 22 ആകുമ്പോൾ, സംഖ്യ 110 ൽനിന്ന് 120 ആകുന്നു. ഈ സംഖ്യകൾക്കിടയിലെല്ലാം സഞ്ചിതാവൃത്തി കൂടുന്നത് ഇതേ നിരക്കിലാണെന്നു കരുതിയാൽ, സഞ്ചിതാവൃത്തി 1 കൂടുമ്പോൾ, സംഖ്യ $\frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ കൂടുന്നു എന്നു പറയാം. അതനുസരിച്ച്, സഞ്ചിതാവൃത്തി 14 ൽനിന്ന് 6 കൂടി, 20 ആകുമ്പോൾ, സംഖ്യ 110 ൽനിന്ന് $6 \times \frac{5}{4} = 7.5$ കൂടുന്നു. അതായത്,

$$\text{മധ്യമം} = 110 + 7.5 = 117.5$$